



THESE DE DOCTORAT

Présentée par

Yosra Bouassida

Pour l'obtention du grade de

DOCTEUR

DE

L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

Spécialité : Géotechnique

Intitulée :

Modélisation du comportement des dallages industriels.

mémoire provisoire

Les membres de jury :

**Olivier COMBARIEU
Isam SHAHROUR
Bruno SIMON
Henry THONIER
Pierre VEZOLE
Roger FRANK**

**Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur
Directeur de thèse**

Sommaire

Introduction générale.....	6
Chapitre I.	9
1 Etude bibliographique.....	9
1.1 Introduction.....	9
1.2 Généralités sur les dallages.....	10
1.2.1 Introduction.....	10
1.2.2 Définition et pathologies.....	10
1.2.2.1 Définition d'un dallage.....	10
1.2.2.2 Types de pathologies et leur origine.....	12
1.2.2.2.1 Les désordres de première catégorie.....	12
1.2.2.2.2 Les désordres de deuxième catégorie.....	15
1.2.2.3 Autres Causes possibles pour les pathologies des dallages.....	17
1.3 Historique de dimensionnement des dallages en France.....	18
1.3.1 Principe du dimensionnement.....	18
1.3.2 La Norme DTU 13.3 « Dallages » (AFNOR, 2006).....	19
1.3.2.1 Contenu.....	19
1.3.2.2 Calcul des déformations.....	20
1.3.2.2.1 Calcul du tassement complémentaire en angle de panneau.....	22
1.3.2.2.2 Calcul du tassement complémentaire au bord du panneau.....	23
1.3.2.3 Calcul des sollicitations.....	23
1.3.2.4 Retrait linéaire et différentiel.....	23
1.3.2.5 Critiques des sols dans la norme DTU 13.3 (AFNOR, 2006).....	24
1.3.3 Lacunes de la Norme DTU 13.3.....	27
1.3.3.1 Critiques se rapportant à l'aspect géotechnique.....	27
1.3.3.2 Critiques se rapportant à la conception.....	30
1.4 Dimensionnement des dallages à l'étranger.....	31
1.4.1 Méthode italienne de dimensionnement des dallages.....	31
1.4.2 Méthode de dimensionnement des dallages en Grande Bretagne (TR 34)....	33
1.4.2.1 Transfert de charge.....	37
1.4.2.2 Calcul aux états limites de service.....	41
1.4.2.3 Déflexions au sein du corps du béton.....	42
1.4.3 Conclusion sur les méthodes de dimensionnement à l'étranger.....	44
1.5 Synthèse sur le comportement du béton dans la structure.....	44
1.5.1 Retrait.....	45
1.5.1.1 Le retrait plastique.....	45
1.5.1.2 Le retrait chimique.....	45
1.5.1.3 Le retrait endogène ou d'auto-dessiccation.....	45
1.5.1.4 Le retrait de dessiccation.....	46
1.5.1.5 Le retrait thermique.....	47
1.5.1.6 Conclusion sur le retrait.....	47
1.5.2 Fluage.....	47
1.5.2.1 Fluage propre.....	48
1.5.2.2 Fluage de dessiccation.....	48
1.5.3 Conclusion sur le comportement du béton.....	49

1.6	Méthodes analytiques existantes.....	49
1.6.1	Modèle de Westergaard (1926).....	49
1.6.2	Modèle de Pasternak.....	51
1.6.3	Modèle de Hogg.....	52
1.6.4	Modèle de Burmister.....	53
1.6.5	Modèle de Leonards et Haar (1959).....	54
1.6.6	Modèle d'Eisenmann (1970).....	56
1.6.7	Limites des modèles précédents.....	57
1.6.8	La méthode des éléments finis.....	58
1.7	Conclusion.....	62
	Chapitre II	63
2	Modélisation du retrait dans un dallage: couplage et étude paramétrique...63	
2.1	Introduction.....	63
2.2	Différents retraits et couplage.....	63
2.2.1	Retrait endogène.....	64
2.2.1.1.	Retrait chimique.....	64
2.2.1.2.	Le retrait endogène d'auto dessiccation.....	64
2.2.1.3.	Détermination du coefficient d'hydratation β	68
2.2.2.	Retrait thermique.....	69
2.2.1	Retrait de séchage.....	72
2.2.3.1.	Résolution de l'équation de diffusion.....	75
2.2.3.2.	Calcul de la déformation de séchage au cours du temps.....	77
2.2.4.	Couplage.....	79
2.3.	Etude paramétrique.....	82
2.3.1.	Etude expérimentale sur les dallages faite en Bourgogne.....	82
2.3.1.1.	Témoin 1.....	87
2.3.1.2.	Témoin 4.....	91
2.3.2.	Etude paramétrique : effet de la température, du séchage et de la cure.....	95
2.3.2.1.	Effet de la température.....	95
2.3.2.2.	Effet du séchage.....	98
2.3.2.3.	Effet de la cure.....	100
2.4.	Conclusion.....	101
	Chapitre III	103
3.	Modélisation tridimensionnelle par CESAR-LCPC.....	103
3.1.	Introduction.....	103
3.2	Etude d'un dallage isolé.....	103
3.2.1.	Caractéristiques géométriques de la structure du dallage.....	103
3.2.2.	Caractéristiques mécaniques des matériaux de la structure du dallage.....	104
3.2.3.	Module de calcul utilisé.....	105
3.2.4.	Conditions aux limites.....	105
3.2.5.	Déformée initiale.....	105
3.2.6.	Organisation des calculs.....	105
3.2.7.	Description du maillage.....	106
3.2.8.	Description de l'interface.....	108
3.2.9.	Effet d'une charge statique instantanée.....	109
3.2.10.	Influence des paramètres géométriques et mécaniques.....	122
3.2.11.	Modélisation du retrait	124

3.2.12.	Notion du module différé : modélisation de l'effet du fluage.....	126
3.2.13.	Etude de l'effet du retrait et du fluage.....	127
3.2.14.	Effet d'une charge statique combinée au retrait et au fluage.....	133
3.2.14.1.	Cas d'une charge variable en coin.....	144
3.2.14.2.	Cas d'une charge combinée à une dilatation thermique.....	145
3.3	Modélisation d'un dallage avec des joints conjugués.....	154
3.3.1	Modélisations possibles des goudons avec CESAR-LCPC.....	156
3.3.2	Eléments de rigidité pour les goudons.....	156
3.3.3	Présentation du problème étudié.....	158
3.3.3.1	Caractéristiques mécaniques et géométriques de la structure.....	158
3.3.3.2	Chargement appliqué.....	160
3.3.3.3	Hypothèses de calcul.....	160
3.3.3.4	Déformée initiale des dallages.....	160
3.3.3.5	Organisation des calculs.....	160
3.3.4	Etude de transfert de charge.....	166
3.3.4.1	Transfert de charge W selon la norme DTU 13-3 (AFNOR, 2006).....	166
3.3.4.2	Résultats de la modélisation avec CESAR-LCPC	167
3.4.	Conclusion.....	170
	Chapitre IV	171
4.	Module spécifique aux dallages greffé sur CESAR-LCPC.....	171
4.1.	Introduction.....	171
4.2.	Conception du module spécifique aux dallages.....	172
4.2.1.	Définition de la géométrie et du maillage.....	172
4.2.2.	Conditions aux limites.....	175
4.2.3.	Propriétés des matériaux.....	175
4.2.4.	Propriétés de l'interface.....	176
4.2.5.	Déroulement du calcul.....	176
4.2.6.	Résultats.....	177
4.3.	Applications.....	179
4.3.1.	Exemple 1.....	179
4.3.2.	Exemple 2 : effet d'un remblai.....	183
4.3.3.	Exemple 3.....	186
4.3.3.1.	Description générale des cas traités.....	186
4.3.3.2.	Modélisation avec CESAR-LCPC (module spécifique aux dallages).....	188
4.3.3.3.	Résultats obtenus avec CESAR-LCPC et comparaison avec DALLIA.....	191
4.3.4.	Exemple 4.....	193
4.3.4.1.	Description générale de l'exemple étudié.....	193
4.3.4.2.	Description des cas de charges étudiés.....	195
4.3.4.3.	Modélisation avec CESAR-LCPC (module spécifique aux dallages).....	196
4.3.4.4.	Résultats obtenus avec CESAR-LCPC et comparaison avec DALLIA.....	199
4.3.5.	Synthèse des résultats des exemples 3 et 4.....	202
4.4.	Conclusion.....	204
	Conclusion générale et perspectives.....	205
	Bibliographie.....	208

Introduction générale

Ce travail de recherche s'inscrit dans un cadre théorique et numérique. Il vise à proposer et à valider une modélisation fine des dallages pour le calcul des déplacements et des contraintes créés par des chargements de courte et de longue durée. On ne s'intéressera qu'au cas particulier des dallages industriels rigides en béton non armé. Cette recherche se situe dans un contexte global, visant à améliorer les règles de dimensionnement des dallages existants actuellement utilisées en France. Le dallage apparaît comme une structure simple, qu'il s'agisse de bâtiments industriels ou de grandes surfaces commerciales. En apparence, c'est une couche mince de béton étalée sur le sol. Actuellement, les pathologies des dallages sont la première cause de sinistres en France. Un nouveau texte de normalisation a été établi depuis mars 2005 (le DTU 13-3, AFNOR, 2006) et comprend des calculs justificatifs de la résistance et du comportement des dallages. La méthode de cette norme paraît extrêmement complexe ; elle est basée sur les théories de Boussinesq et de Westergaard, ainsi que sur des extrapolations arbitraires, sans validation théorique ni expérimentale. Le modèle de calcul souhaité doit être complet : par exemple, il doit permettre d'associer aux chargements surfaciques et au chargement volumique du poids propre, le chargement qui résulte des champs de température intense et de l'effet du retrait propre du béton. Il est en effet connu que les effets du retrait et de la température influencent fortement le comportement des dallages et contribuent aux sollicitations et aux déformations supportées par le dallage. On trouve bien, selon le modèle de Westergaard, une solution analytique au problème de la plaque mince reposant sur un massif caractérisé par son coefficient de réaction, et sollicitée par une charge au centre, en coin et au bord. Mais il est difficile d'accepter le concept du coefficient de réaction du sol, appliqué à la structure de fondation d'un dallage en béton. De plus, la détermination du module de réaction pose problème. D'autres travaux théoriques ont visé la détermination des sollicitations internes dans un massif, sous l'effet de charges verticales appliquées à la surface, tels les travaux de Boussinesq. Pour le cas des dallages, il a fallu introduire d'autres extensions du modèle de Boussinesq, tels que la prise en compte des conditions d'interface entre le dallage et le massif sous-jacent. Si ces méthodes se justifient bien pour le dimensionnement des dallages, l'hypothèse de continuité de la structure est loin de refléter la réalité, car un dallage est discontinu par nature, en raison des joints ou des fissures

transversales qu'il présente. Ces limitations des modèles analytiques ont conduit à adopter ici la méthode de calcul aux éléments finis. Dans les modélisations effectuées, les matériaux constitutifs seront considérés comme élastiques, linéaires et isotropes. Malgré la simplicité de la mise en œuvre du modèle, qui résulte de ce choix, le problème à résoudre est en réalité beaucoup plus complexe. Cette complexité provient de la discontinuité du dallage, mais également des déformations (souvent inconnues) dues à la température non uniforme sur l'épaisseur du dallage. Les déformations du dallage proviennent également du retrait du béton en interaction avec le sol support, et dépendent du positionnement des charges. Le problème mécanique à résoudre devient alors un problème non linéaire de contact tridimensionnel, où la surface d'appui finale du dallage sur sa fondation est a priori partielle et inconnue.

Ce travail de recherche est constitué de quatre chapitres. Le premier chapitre est de nature bibliographique. Il présente, tout d'abord, quelques généralités sur les dallages, en insistant sur les pathologies fréquentes que peut subir un dallage, ainsi que leurs causes. Puis, on présente le mode de dimensionnement selon la méthode du DTU 13-3 (AFNOR, 2006) en expliquant en quoi elle est sujette à plusieurs critiques de la part des professionnels. Quelques autres méthodes de dimensionnement étrangères sont également exposées, en vue de situer la méthode française sur le plan international. Ensuite, on expose quelques généralités sur les différents modèles existants pour l'évaluation du retrait d'un béton, qui serviront à comprendre les choix adoptés dans les calculs des dallages, dans la suite de ce travail. Enfin, on présente les différentes méthodes analytiques qui peuvent être appliquées au dimensionnement des dallages, ainsi que leurs limites par rapport à la méthode aux éléments finis.

Le deuxième chapitre vise l'évaluation des déformations de retrait en fonction de l'épaisseur du dallage et du temps. Cette évaluation tient compte de trois types de retrait couplés, de différentes origines : retrait endogène, retrait thermique et retrait de séchage. Les résultats de ce couplage sont confrontés à des mesures expérimentales réalisées en 1991 en Bourgogne, sur un dallage industriel en vraie grandeur.

Le troisième chapitre traite de l'utilisation du logiciel aux éléments finis CESAR-LCPC appliqué à la modélisation des dallages, ainsi que des résultats obtenus. Des simulations

variées de dallages isolés, puis goujonnés, sont effectuées sous des chargements mécaniques et thermiques, à l'aide d'un modèle tridimensionnel multicouche élastique, prenant en compte la possibilité d'un décollement entre le dallage et sa fondation. On examine l'influence, sur le comportement de la structure et sur les états de contraintes, des paramètres géométriques, de la rigidité de la fondation et de l'emplacement de la charge. La modélisation des mécanismes de transfert de chargement par goujonnage des dallages, fait l'objet d'une étude détaillée, et les résultats sont comparés à ceux donnés par la méthode du DTU 13-3.

Le dernier chapitre décrit la conception d'un module spécifique aux dallages, greffé sur CESAR-LCPC. Ce module facile à l'accès servira à simplifier les différentes étapes pour modéliser un dallage, sans avoir vraiment besoin de maîtriser CESAR-LCPC. Il regroupe les différents paramètres utiles pour effectuer des calculs tels ceux exposés dans les deuxième et troisième chapitres. Ce module est utilisé, ici, pour comparer les résultats de CESAR-LCPC à ceux d'autres logiciels issus de la profession (TASPLAQ et DALLIA).

Chapitre I.

1 Etude bibliographique

1.1 Introduction

Dans ce chapitre sont synthétisés les principaux éléments liés au dallage en tant qu'ouvrage, les documents et les articles rédigés par des professionnels du bâtiment ou les chercheurs.

Dans une première partie, on décrit les particularités de fonctionnement d'un dallage (liées essentiellement à la présence de discontinuités géométriques : joints et fissures et à la possibilité de décollement entre les dallages et leur fondation sous l'effet des variations thermiques internes et en particulier le retrait) et on présente le mode de dimensionnement selon la méthode française DTU 13-3 (AFNOR, 2006).

Bien que le DTU 13. 3 (norme actuelle pour dimensionner les dallages en France) ait amené des réponses concrètes à plusieurs questions importantes, il s'avère qu'il est sujet de plusieurs reproches, essentiellement d'aspect géotechnique, de la part de la profession. On donnera quelques corrélations issues de la recherche notamment concernant la méthode de détermination d'un module d'un sol.

Dans une deuxième partie, on expose différentes méthodes de dimensionnement des dallages à l'étranger, en vue d'une amélioration de la méthode française.

Dans la troisième partie, on expliquera globalement le mécanisme du retrait du béton, élément essentiel dans la détermination du comportement d'un dallage. Cette partie servira à comprendre les différents modèles exploités pour la modélisation du retrait effectuée dans le chapitre 2.

Enfin, des méthodes analytiques sont présentées permettant de déterminer les sollicitations dans un dallage sous l'effet d'une charge mécanique ou thermique et qui ont été la base théorique de différentes méthodes de dimensionnement. Ces modèles présentent tous des insuffisances qui peuvent être évitées à travers la méthode aux éléments finis, qui sera adoptée dans ce travail et qui a commencé à être adoptée pour les dallages dans quelques autres pays, tels que les Etats-Unis.

1.2 Généralités sur les dallages

1.2.1 Introduction

Un dallage est un ouvrage plan, de grande surface et de faible épaisseur, reposant sur un sol auquel il transmet les actions qui lui sont directement appliquées. Il est important de définir exactement le dallage à mettre en œuvre tant au niveau du support que du corps du dallage sans négliger aucun paramètre tels que les joints divers, le choix du type de finition ou de revêtement. Les bureaux d'études, lors de la réalisation des bâtiments, examinent avec attention tous les problèmes liés aux mauvaises conceptions des éléments porteurs et négligent ceux que posent les dallages. Cette attitude se justifie par le fait qu'un effondrement de la structure peut entraîner des dangers mortels. Le nombre de sinistres de dallages industriels est important. Les désordres peuvent perturber sinon arrêter complètement l'exploitation de l'ouvrage. Il faut savoir que si la réparation d'un dallage n'est pas impossible, elle entraîne un coût important ; de plus, les remèdes expéditifs de type injection de résine en cas de fissuration ne permettent de résoudre que des cas limités.

Il s'est avéré que les dallages sont actuellement les ouvrages qui sont la première cause de sinistres ou malentendus entre maîtres d'ouvrage, entreprises et ses bureaux d'étude.

Dans ce qui suit les principales règles de conception et quelques désordres pouvant affecter les dallages sont décrits.

1.2.2 Définition et pathologies

1.2.2.1 Définition d'un dallage

C'est un ouvrage constitué d'un corps de dallage en béton reposant sur un sol par l'intermédiaire d'une interface ou forme (figure 1).

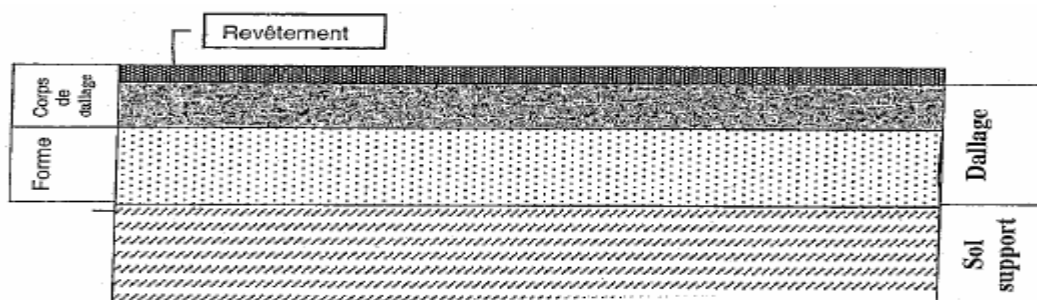


Figure 1 : Constitution d'un dallage

La couche de forme peut être la couche de sol sous-jacente si cette dernière présente des caractéristiques mécaniques suffisantes pour supporter le dallage.

Dans le cas contraire, elle est réalisée à partir d'autres apports comprenant des matériaux de qualité appropriée ou suffisamment compactés.

Le sol support doit satisfaire à des critères bien spécifiés et doit être le sujet d'un procès-verbal de réception à partir d'essais appropriés.

Un dallage industriel couvre généralement une surface importante. Le rapport élevé surface/volume leur confère une grande sensibilité aux échanges avec l'environnement. Pour limiter les désordres liés aux variations dimensionnelles du béton, ils sont découpés en panneaux de dimensions plafonnées. Ils sont séparés par des joints de construction, au minimum, mais souvent des joints de retrait et des joints de dilatation (figure 2).

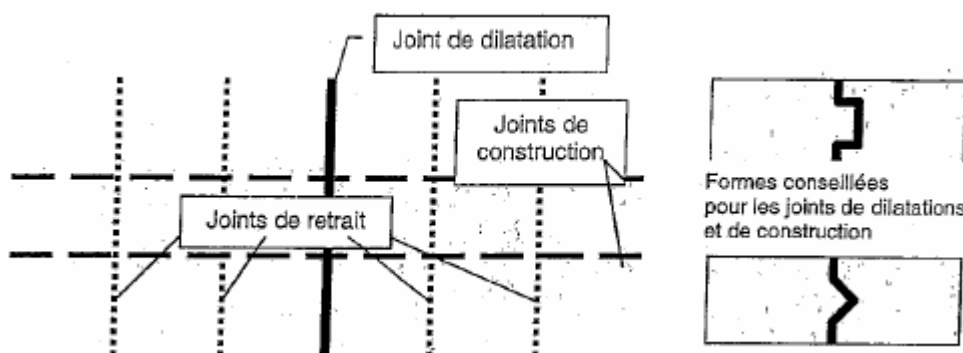


Figure 2 : Fonctions des joints

Les joints de retrait ont pour intérêt de limiter les désordres associés aux variations dimensionnelles du béton sous l'effet des variations thermiques et hydriques. Les espacements des joints sont calculés sur la base de données empiriques en fonction de l'épaisseur du corps du dallage. De manière générale, la diagonale des panneaux ne dépasse pas 7m pour les dallages non couverts et 8.5 m pour ceux qui sont sous abri. Le remplissage des joints est systématique et un entretien régulier est exigé (CSTB, 2005).

Les joints de dilatation sont réservés aux dallages non couverts et aux locaux à haute température. Ils sont destinés à permettre au dallage de se dilater librement (ADETS, 2005).

Les joints de désolidarisation sont réalisés pour dissocier les dallages de certains éléments de construction qui risquent de gêner leurs déformations.

Les différents types de joints, au sens mécanique, sont répertoriés dans le paragraphe 3.3, plus loin.

On classe souvent les dallages suivant leur domaine d'application. On distingue les dallages à usage industriel, commercial, à usage d'habitation et à usages spéciaux (patinoires...). Dans ce document on ne s'intéresse qu'au dallage à usage industriel vu qu'il est de grande surface et qu'il est soumis à des charges importantes.

Ce type de dallage est sujet à plusieurs types de pathologie, ce qui constitue un enjeu économique majeur puisque les coûts de réparation des sinistres associés sont souvent disproportionnés par rapport au coût de réalisation de l'ouvrage.

Le béton du dallage peut être armé, dans ce cas il comporte des armatures ayant une fonction structurelle et son dimensionnement obéit aux règles classiques de dimensionnement des ouvrages en béton armé (fondations superficielles). On réalise aussi des dallages dits "non armés" ou autorésistants ; dans ce cas ils sont dimensionnés en fonction des propriétés du béton. Ils peuvent alors contenir un pourcentage d'acier (treillis etc...) qui n'entre pas dans le dimensionnement.

D'autres solutions existent : les dallages en béton renforcé de fibres métalliques constituent une alternative mais aucun texte normatif n'existe pour leur dimensionnement. Ces dallages sont calculés a priori comme les dallages non armés.

1.2.2.2 Types de pathologies et leur origine

L'observation Sycodés (une base de données alimentées respectivement par les rapports d'experts et les avis de contrôleurs techniques permettant de quantifier et qualifier les pathologies en aval et les présomptions de dysfonctionnement et de dommages en amont) a recensé entre 1986 et 1993 en France plus de 75000 désordres dans les bâtiments neufs (85%) et réhabilités (15%). Les dallages des bâtiments industriels neufs représentent à eux seuls 11,4% des désordres rencontrés (19,5% du coût de réparations). Guilloux et al. (2002) classent les désordres qui peuvent affecter un dallage en deux catégories :

1.2.2.2.1 Les désordres de première catégorie

Ils sont de fréquence élevée (80 à 90% des sinistres) mais de coûts relativement faibles par rapport à ceux de la deuxième catégorie.

Cette catégorie est liée plus au corps du dallage et comprend les pathologies suivantes :

- Pathologies liées aux joints :

Les efforts parasites, liés à l'évolution physicochimique du béton, font que les joints de retrait se prolongent sur toute l'épaisseur du dallage. Il en résulte des désaffleurements favorisant l'apparition d'épaufrures sur les angles et les arrêts des joints. Ces désordres causent de sérieuses gênes d'exploitation surtout dans le cas d'une charge roulante.

Ce désordre est lié essentiellement au comportement intrinsèque du béton au moment de la prise. Le retrait hydraulique produit une différence de comportement entre la surface et la sous face du dallage. Il s'agit de l'effet de tuilage qui se manifeste par la déformation du dallage par courbure intérieure à concavité vers le haut.

Plus précisément, deux types de fissuration peuvent se produire. On distingue les fissurations au jeune âge et les fissurations à mi terme et long terme.

Au jeune âge des fissures peuvent se produire sous l'effet d'évaporation rapide de l'eau du béton pendant qu'il est en phase plastique. Un faïençage de la surface peut se produire. Ceci n'est gênant qu'au niveau esthétique et non au niveau structurel ; il est compensé par talochage énergétique.

Ce phénomène est dû au retrait plastique qui est la conséquence d'une dessiccation de la surface du béton. Généralement elle n'affecte le béton que sur une épaisseur de 25 mm à 75 mm depuis sa surface (ACI-committee-302, 2004). Les fissures de retrait plastique peuvent atteindre des longueurs de 100 mm à 1 m.

Cette fissuration de retrait plastique peut, par contre avoir une incidence sur la structure puisqu'elle constitue un point de faiblesse au niveau duquel les efforts vont rapidement se concentrer. Pour éviter ce phénomène il est fortement recommandé d'utiliser des produits de cure pour la protection de la surface du béton.

On note, que dans les applications courantes de dallages en béton classique, la finition est souvent réalisée par talochage mécanique: cette action permet de refermer la fissuration plastique à condition qu'elle ne soit pas importante.

Mariotti (1994) considère que la fissuration peut être produite à plus long terme car le béton une fois durci continue à subir des variations dimensionnelles notamment sous l'effet du séchage ou des variations de température.

Ces déformations ne se font pas librement dans les conditions de structure (appuis et frottement...) et des contraintes de traction se développent dans la structure pouvant générer des fissurations.

Dans un premier lieu, on peut citer la contrainte due au fait que le corps du dallage repose sur le sol. Le retrait se trouve alors gêné ; le dallage se met en traction. Une fissuration peut s'initier, généralement à mi-longueur des dallages, dans la zone la plus sollicitée.

La solution la plus adaptée à ce problème est le découpage en joints de retrait. Malheureusement cette solution présente des inconvénients.

La présence de discontinuités dans un ouvrage constitue une faiblesse pour celui-ci. D'une part les joints sont des zones sensibles qui se dégradent au cours du temps. Lorsque le dallage est fissuré sur toute son épaisseur au niveau du joint, la continuité entre les panneaux n'est assurée que par les armatures éventuelles. Des désaffleurements peuvent se produire entre les panneaux sous l'effet de l'irrégularité de distribution des charges verticales ou au passage des charges roulantes. Les passages répétés peuvent contribuer à la fatigue du béton constituant le bord du joint. On observe aussi des endommagements locaux du sol de fondation au niveau des joints sous l'effet des glissements au passage des charges roulantes (phénomène de pianotage). Cette usure est la cause d'une remontée de particules fines (phénomène de pompage). L'évolution du phénomène s'accélère au fur et à mesure de la dégradation. Ce phénomène de battement ou de pianotage peut être limité par l'utilisation d'un treillis structurel ou par goujonnage des joints.

La sinistralité des joints est aggravée lorsque les panneaux ont tendance à se courber sous l'effet d'un gradient d'humidité ou de température entre les deux faces du dallage. Dans les locaux industriels qui sont protégés contre l'ensoleillement, le retrait de séchage est la principale forme de retrait observée. Il se produit en majeure partie à la face supérieure, le raccourcissement de la surface est plus important que celui de la sous face.

Ceci se traduit par une courbure du dallage qui peut conduire à un soulèvement des coins et bords (phénomène de tuilage). Ce phénomène peut avoir des effets préjudiciables par rapport à l'aptitude au service du dallage.

En effet dans les conditions de tuilage, les désaffleurs et soulèvements différentiels se retrouvent accentués. Les cycles thermiques et d'humidité peuvent provoquer un battement des bords et coins, les endommageant progressivement. Les parties soulevées sont soumises à des efforts de flexion non négligeables au passage des charges roulantes et on peut assister à une rupture des coins.

Les pathologies des dallages classées de première catégorie peuvent se produire sous d'autres formes :

➤ Les affaissements de surface réduite

Il s'agit souvent d'affaissements localisés dus à des efforts d'exécution. Les cuvettes ainsi formées finissent par être le siège du développement d'un réseau de fissures laissant libre cours aux infiltrations en sous-face du dallage.

On peut associer ce désordre aux insuffisances de l'épaisseur du dallage, à la mauvaise qualité du béton ou à l'absence de désolidarisation avec les éléments porteurs de la structure.

➤ Les désordres en périphérie de reprise des dallages existants

Lorsque des saignées sont pratiquées dans le dallage, par exemple pour la création des réseaux enterrés, ces travaux s'accompagnent inévitablement de désordres par fissuration périphérique aux zones traitées.

La cause essentielle réside dans la difficulté de reconstitution à l'identique de la couche de forme.

1.2.2.2.2 Les désordres de deuxième catégorie

Ces désordres, aux lourdes conséquences financières, sont principalement liés aux grands mouvements verticaux du dallage générés par un comportement des couches sous jacentes : couche de forme ou sol naturel support.

➤ Les tassements généralisés

Les désordres liés aux tassements des dallages peuvent être sous plusieurs formes :

- formation de cuvettes ou ondulations plus ou moins prononcées pouvant conduire au déséquilibre des équipements de stockage ou encore à l'interruption de circulation des engins de manutention (chariots à guidage automatiques). Ces désordres s'accompagnent de fissures ouvertes de flexion.
- formation d'une pente générale excessive. La gravité des conséquences de ces désordres dépend de l'origine même des tassements et notamment des moyens confortatifs à mettre en œuvre.
- Le cas le moins pénalisant est celui des tassements consécutifs à un mauvais compactage de la couche de forme ou des tassements de sol support liés à la consolidation primaire sans risque de tassement ou gonflement différé.

- L'hétérogénéité de certains terrains peut représenter une cause de tassements différentiels. Les mauvais terrains peuvent être de deux types : ceux constitués de sols meubles incluant des rognons rocheux aptes à constituer des points durs ou des cavités et ceux constitués de sols de natures différentes pouvant entraîner des tassements différentiels d'après (Agence qualité construction, 2004).

➤ Les soulèvements

Il s'agit de phénomènes de gonflement associés à l'hydratation de certains composés minéraux, naturels ou artificiels, au sein de la couche de forme et/ou du sol support.

On peut citer le phénomène naturel du gonflement des argiles et celui lié à la présence de sulfate et de chaux, ou à l'utilisation des matériaux résiduels.

En effet, la présence des sulfates dans le sol d'assise, en particulier ceux qui sont traités aux liants hydrauliques avec une forte teneur en eau peuvent entraîner des problèmes de gonflement de la couche de fondation. Les sulfates SO_4^{2-} conduisent à la formation d'étringite secondaire. Celle-ci est partiellement expansive et provoque des dégradations au niveau du béton.. Il en est de même pour les sols de fondations qui révèlent la présence de matériaux compressibles (argiles, tourbes...) ou de vides remontant vers la surface (cas des fontis dans les terrains gypseux ou dans les carrières souterraines), ou pour des sols hétérogènes.

➤ Problème lié à la présence d'eau

Il se pose également le problème de la présence d'eau dans le terrain pouvant produire des phénomènes néfastes tels que la stagnation de l'eau de pluie, la variation du niveau de la nappe phréatique, fuite de canalisation sous le dallage

Une absence de drainage ou une mauvaise conception du réseau de drainage (par exemple contre pentes et effet réservoir) peuvent avoir des conséquences très graves sur la tenue des dallages (La chasse aux désordres, 1991). C'est pourquoi afin de pallier à ce phénomène, il conviendra de mettre en place un dispositif de drains suffisamment dimensionné afin de maintenir la nappe d'eau souterraine.

1.2.2.3 Autres Causes possibles pour les pathologies des dallages

➤ Insuffisances au niveau de l'exécution

En France, l'ensemble des professionnels du dallage semble s'entendre sur le fait que plusieurs dysfonctionnements sont observés de manière récurrente durant la phase d'exécution. La résolution de ces dysfonctionnements permettrait de diminuer de manière non négligeable les désordres des dallages. L'union Nationale des entrepreneurs des sols industriels (UNESI) déplore: l'absence de contrôle des travaux pendant l'exécution, l'irresponsabilité des maîtres d'ouvrages et des maîtres d'oeuvre pour le choix des solutions proposées, la sous-traitance et les marchés de main d'oeuvre sans existence de la garantie décennale et l'accès trop facile à la profession (absence des autocontrôles dans les entreprises).

➤ Insuffisances au niveau de la conception et du dimensionnement

Les insuffisances au niveau de la conception apparaissent dès l'étude géotechnique. Par ailleurs les défauts de conception sont souvent liés à un manque de discussion entre le maître d'ouvrage et le maître d'oeuvre. La pertinence du cahier des charges est une condition impérative pour le bon dimensionnement d'un dallage. En outre, des insuffisances au niveau de la description théorique du comportement d'un dallage ont des répercussions négatives sur les méthodes de dimensionnement comme cela sera expliqué (cf. § 1.3.3.). Le tableau 1 donne une analyse de 200 sinistres de dallage constatés entre 1969 et 1979.

Conception 44%	Sol 23,5%	Drainage	11,5%	Abseence ou insuffisance
		Force portante	9%	Abseence ou insuffisance
		Nappe phréatique	3%	Absence de cuvelage
	Béton 10%	Etude Béton armé	5,5%	Abseence ou insuffisance
		Joints	4,5%	rupture
	Second oeuvre 10,5%	Isolation	7%	Isolernent périphérique
		Chauffage	2%	Chauffage électrique
		VRD	1,5%	Fuites, affouillement
Exécution 49%	Sol 26%	Compactage	25%	Abseence ou insuffisance
		Décapage	1%	Abseence ou insuffisance
	Beton 23%	Mauvaise qualité	13%	Mauvais dosage, chape
		Intempérie	5,5%	Gel, soleil, pluie
		Variations dimens	4,5%	Retrait, dilatation
Utilisation 7%	Charges roulantes 6%	Usure	4%	Roulement intense
		Dégradation	2%	Charges élevées
	Charges fixes 1%	Enfoncement	1%	Absence de socle

Tableau 1 : analyse des causes de sinistres des dallages entre 1969 et 1979 (Socotec)

1.3 Historique de dimensionnement des dallages en France

1.3.1 Principe du dimensionnement

Lorsqu'on fait supporter une charge à un dallage, on provoque un fléchissement qui impose à la fois une compression et une flexion au dallage en béton. L'effort de flexion est prépondérant car à l'endroit où la charge est imposée, la contrainte de traction par flexion est comparable à la contrainte de traction par flexion maximale du béton alors que la contrainte de compression demeure faible par rapport à la résistance à la compression admissible du béton.

Par conséquent, on compare la contrainte de traction par flexion et la résistance de traction par flexion du béton pour déterminer l'épaisseur du dallage.

Les calculs pour déterminer l'épaisseur d'un dallage et la nécessité ou non d'utiliser des joints ou d'armer les dallages sont du ressort d'une étude longue et approfondie.

Le premier texte relatif aux travaux de dallage a été publié en 1975 par l'Union de normalisation de la mécanique.

Les règles de calcul professionnel sont ensuite apparues dans les années 1990. Elles consistaient en une mise à jour des textes précédents pour les mettre en conformité avec le BAEL (Règles de dimensionnement des structures en béton armé aux états limites).

Dans une annexe des règlements professionnels (IHIBTP, 1990) se trouvent toutes les formules pour dimensionner un corps de dallage sous l'action d'une charge concentrée et d'une charge uniformément répartie.

La contrainte la plus défavorable est calculée pour une charge disposée P en coin de panneau de dallage selon la formule [1].

$$\sigma = 3.5\alpha JP / h^2 \quad [1]$$

- α caractérise le transfert de charge par les joints ;

- E_b module du béton

- $J=1-(\sqrt{r/R} / (0.925+0.22 r/R))$ avec r : rayon d'impact de la charge sur le dallage ;

$R= (E_b h^3/11.52k_w)^{0.25}$: rigidité relative; h : l'épaisseur d'un dallage; k_w : coefficient de Westergaard. L'influence du support sol+forme du dallage intervient par le module de réaction du sol k pris égal au coefficient de Westergaard k_w : $k=k_w$. Ce coefficient est obtenu par la mesure du tassement du sol sous une plaque de diamètre 75 cm chargée par 30 KN.

Par contre aucune formule dans le cas des charges concentrées multiples.

Pour le cas des charges réparties, la contrainte maximale est donnée par la formule [2].

$$\sigma = 1.15/1000 p ((E_b k_w)^{\frac{1}{3}} h)^{0.25} \quad [2]$$

On proposait aussi des formules permettant un calcul des tassements suivant :

- tassement différentiel t_d entre le centre et le bord d'une bande chargée uniformément ;
- tassement total t_b au bord de la bande chargée ;
- tassement total $t = t_d + t_b$ au centre de la bande chargée.

Pour l'évaluation de l'action du retrait on proposait une formule simple de la contrainte engendrée en fonction de la distance entre joints de retrait, du poids propre du dallage par unité de surface et du coefficient de frottement (proposé égal à 1.5 pour le contact béton-sol pouvant être représenté par un lit de sable).

Cette méthode apparaît simpliste et il est apparu le besoin de mieux caractériser les paramètres et les méthodologies de justifications des dallages.

Dans ce contexte, la Norme DTU (AFNOR, 2006) est apparue. Certes, plusieurs aspects de dimensionnement ont été améliorés mais ceci n'a pas été suffisant pour que la norme échappe à toute critique.

1.3.2 La Norme DTU 13.3 « Dallages » (AFNOR, 2006)

1.3.2.1 Contenu

La norme consiste à expliquer les dallages : domaine d'application (dallages courants et dallages industriels non armés), références normatives, définition et joints possibles, matériaux, données d'utilisation et d'exécution, combinaisons d'actions, calcul, exécution, et tolérances.

La norme est accompagnée de cinq annexes :

Annexe A : Géotechnique :

Cette partie est consacrée à la caractérisation du sol support des dallages et à la description de différents essais qui servent à la reconnaissance des sols.

Cette annexe cite également différentes techniques de renforcement des sols mais on ne donne, par contre, aucun outil clair pour la modélisation de ce sol support notamment aucune clarification concernant les modules élastiques des sols.

Annexe B :

Cette annexe fournit le formulaire à remplir pour la définition du chargement appliqué au dallage.

Annexe C :

Cette annexe propose toutes les formules qui régissent les déformations et les sollicitations des dallages suite à un chargement donné.

Annexe D :

Elle indique les spécificités des chambres froides à température égale ou inférieure à 0°C.

Annexe E :

Elle cite les différentes opérations de maintenance des dallages.

1.3.2.2 Calcul des déformations

Un dallage constitue une structure composite composée par un corps de dallage en béton et par le sol support sous-jacent pour laquelle les effets d'interaction avec le sol sont prépondérants. Afin de simplifier le problème, on considère le sol support comme un massif semi infini à comportement linéaire élastique.

Pour le calcul des déformations du dallage, on suppose que la distribution des pressions du contact entre corps du dallage et sol sur le disque de rayon $D_{eq}/2$ (formule [3]) est radial uniforme et on utilise des expressions donnant la déformation d'un massif sous une charge radiale uniforme sur un disque.

Ces expressions sont déduites de la formule de Boussinesq qui permet le calcul des déplacements d'un massif homogène isotrope semi infini à comportement linéaire et élastique sous l'effet d'une charge concentrée Q . Cette formule présente l'inconvénient de conduire à une déformation infinie au droit de la charge. Il est donc nécessaire d'extrapoler cette formule de manière à pouvoir calculer la déformation finie du massif en tout point.

Ceci est réalisé par la recherche de la déformation en tout point du massif sous l'effet d'une charge uniformément répartie en surface sur un disque de rayon donné d'où la définition de D_{eq} .

Le tassement du dallage sous une charge concentrée Q en partie courante est donné par l'expression suivante :

$$w = 4 Q / \pi D_{eq}^2 K_{Deq} = q / K_{Deq} \quad [3]$$

- D_{eq} : diamètre d'impact équivalent, égal à celui d'une zone de support circulaire qui, soumise à l'application directe d'une charge uniformément répartie, subit en son centre un

tassement identique à celui provoqué sur le dallage par une charge concentrée d'intensité égale à la résultante de cette charge répartie.

- K_{Deq} : module conventionnel de réaction du support égal au rapport entre la pression uniformément répartie q sur la zone de diamètre D_{eq} et le tassement en son centre.

En utilisant, la formule de Westergaard le tassement d'une plaque infinie sur sol élastique sous une charge concentrée Q est donné par la relation suivante avec k : module de réaction sol structure.

$$w = (Q/8) [(12(1-\nu^2))/(E_b H^3 k)]^{1/2} \quad [4]$$

En égalisant k à K_{Deq} et les deux tassements donnés par [1] et [2], on obtient une relation entre D_{eq} et K_{Deq} .

Dans le cas d'un sol multicouche cette relation est donnée par l'expression suivante :

$$1/K_{Deq} = \sum (I_{(0,hi)} - I_{(0,bi)}) (1-\nu_{si}^2) D_{eq} / E_{si} \quad [5]$$

E_{si} et ν_{si} : module d'élasticité et coefficient de Poisson du sol constituant la couche i .

$I_{(0,hi)}$ et $I_{(0,bi)}$ sont les coefficients d'influence à la verticale du centre de l'aire de diamètre D_{eq} (figure 3).

Cette relation permet de déterminer D_{eq} par itération jusqu'à convergence en imposant une valeur de $1,5H$ comme valeur initiale de D_{eq} , avec H épaisseur du dallage.

Le tassement sous charges concentrées multiples est égal à la somme des tassements causés en ce point par ces charges.

$$w = \sum w_i C_{p(xj,0)} \quad [6]$$

avec $C_{p(xj,0)}$ le coefficient de propagation du tassement induit au droit d'une charge concentrée en un point distant de x_j de cette charge. Elle est donnée par la formule suivante:

$$C_{p(xj,0)} = \sum [(I_{(xj,hi)} - I_{(xj,bi)}) / E_{si}] / \sum [I_{(0,hi)} - I_{(0,bi)} / E_{si}] \quad [7]$$

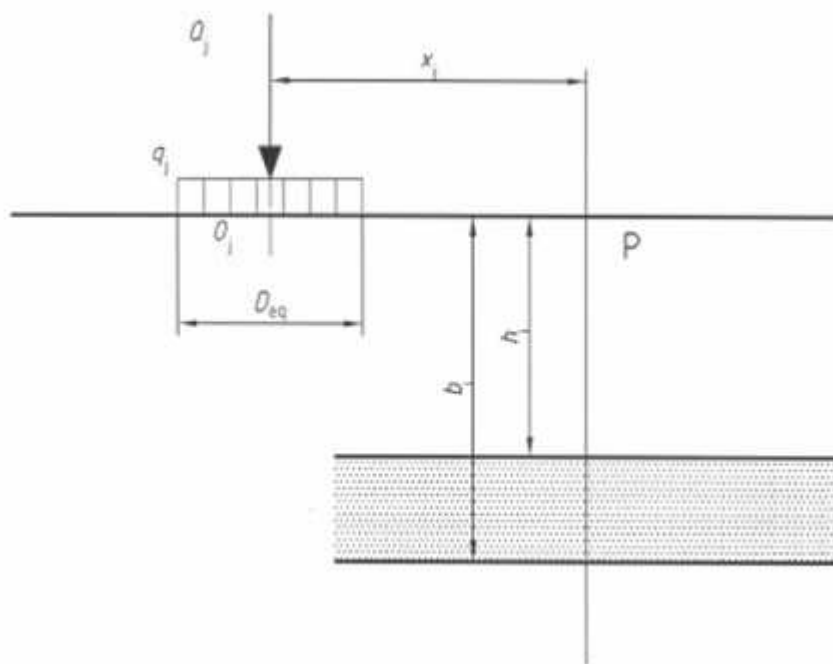


Figure 3 : cas général d'un support multicouche (AFNOR, 2006)

Un tableau de coefficients d'influence est fourni dans cette annexe permettant de calculer le tassement induit par une charge à une certaine distance relative x/D_{eq} .

Ainsi le calcul du tassement en un point du dallage est obtenu par sommation des tassements induits en ce point par chacune des charges en fonction de leurs distances relatives respectives selon la formule [7].

Dans le cas de charges réparties, le calcul se ramène à celui des charges ponctuelles en remplaçant la charge répartie par un ensemble de charges ponctuelles élémentaires correspondant à un maillage de dimensions inférieures ou égales à $D_{eq}/8$.

1.3.2.2.1 Calcul du tassement complémentaire en angle de panneau

A l'angle d'un panneau, du fait de la présence des joints, l'annexe C donne une évaluation du tassement complémentaire suite à un soulèvement dû au retrait différentiel du béton.

Ce tassement est calculé à partir de la charge équivalente agissant sur l'angle, c'est-à-dire la différence entre la charge appliquée et la charge capable d'annuler le soulèvement suite au retrait différentiel.

1.3.2.2.2 Calcul du tassement complémentaire au bord du panneau

Selon la norme, l'évaluation des tassements aux bords se fait en considérant l'effet du retrait différentiel du béton conduisant à un soulèvement.

Le tassement résultant se déduit à partir du chargement équivalent au bord et du soulèvement.

Dans le cas d'une charge uniformément répartie, le tassement se calcule en assimilant la zone chargée à un ensemble de charges ponctuelles espacées au maximum de $D_{eq}/8$ mais aucune méthode de calcul plus exacte n'est donnée.

1.3.2.3 *Calcul des sollicitations*

Les sollicitations dépendent de la zone étudiée du dallage : la zone peut être une partie courante (en supposant que le dallage est continu) une partie en angle et une partie au bord (à proximité des joints).

Les sollicitations en partie courante (distante d'un joint de part et d'autre d'une distance de $0,4 D_{eq}$) résultent de l'effet du retrait linéaire, de celui du retrait différentiel et des charges concentrées, multiples ou uniformément réparties.

Les sollicitations liées à la présence des joints conjugués tiennent compte du retrait différentiel entre les deux faces du dallage.

Des formules sont également fournies en cas de charges concentrées en angle et en bordure.

1.3.2.4 *Retrait linéaire et différentiel*

Le béton est soumis à l'effet du retrait hydraulique. C'est un phénomène naturel pour la constitution de la structure en béton. Si on l'empêche, la structure se rompt quelles que soient sa longueur et sa section.

Un dallage est généralement non armé, et les quelques armatures dites de construction ne permettent pas d'éviter des fissures visibles dues au retrait linéaire.

Il s'agit d'un premier effet du retrait. Néanmoins, le retrait hydraulique, en raison de dessiccation provoquée par l'air, s'accroît plus en surface du dallage qu'en sous-face.

En effet, la base d'un dallage est un lieu de condensation privilégié. La norme ne recommande pas la couche de polyanne qu'on utilise souvent pour limiter les effets d'interaction avec le sol. En été, le sol est frais, alors que l'air est chaud. Le dallage est donc

soumis le plus souvent en surface à la dessiccation de l'air ambiant et en sous-face à une hygrométrie souvent élevée.

Le retrait hydraulique s'effectue donc plus rapidement en surface qu'en sous-face. Il s'effectue d'autant plus que le dallage est épais et que le béton est peu poreux.

Ce retrait différentiel, ou gradient de retrait sur l'épaisseur, provoque une concavité vers l'intérieur ou vers l'extérieur du dallage (si gradient inverse). Ce mouvement induit un soulèvement aux bords et aux angles des joints ou un soulèvement de la partie courante du dallage.

Pour le cas d'un soulèvement, le dallage soumis à son poids propre tend à le ramener vers le bas. Il en résulte un soulèvement résiduel. Lors du passage des charges roulantes, le dallage revient en contact avec le sol. Le phénomène, répétitif, engendre la dégradation des joints et des fissurations au droit des angles et des bordures.

Le soulèvement dû au retrait différentiel est pris en compte dans la norme pour le calcul des déformations au droit des joints.

1.3.2.5 Critiques d'aspects géotechniques de la norme DTU 13.3 (AFNOR, 2006)

Une bonne évaluation de la contribution du sol dans la déformation et la sollicitation d'un dallage exige une bonne modélisation des couches de sol qui se trouvent en dessous du dallage.

La formule de Boussinesq a été retenue par la norme DTU 13-3 pour le calcul des contraintes dans le terrain en surface sous le dallage.

Le calcul de la déformation en un point de la surface, sous une charge répartie, se fait par intégration sur la somme des hauteurs des différentes couches du rapport contrainte de Boussinesq module de déformation de la couche (formule [7]).

Ce même tassement est supposé égal au rapport q , charge répartie sur le coefficient de Westergaard k_w .

Cette modélisation exige une bonne évaluation des modules de déformation du sol.

Les essais existants pour la détermination d'un module d'un sol sont de deux types au laboratoire et in situ. On donne ci après une rapide liste des différents modules existants en mécanique des sols pour les essais in situ.

-En surface : essai à la plaque où l'on mesure le coefficient de réaction du sol k_w (MPa\m).

Il est donné par la formule suivante $k_w = \frac{q}{s}$ avec $q = 0.07$ MPa et s le tassement correspondant.

-Essai en profondeur : essai pressiométrique où l'on mesure un module pressiométrique E_M
Le module du sol E_s (MPa), analogue au module de Young E_y est déduit à partir du module pressiométrique à travers les formules suivantes :

$$E_s = \frac{E_M}{\alpha} \quad \text{ou} \quad E_s = \frac{E_M}{\alpha} \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)}$$

➤ Essais à la plaque

Les essais à la plaque selon la Norme NF P 94-117-1 (AFNOR, 2000) permettent de déterminer la valeur d'un coefficient de réaction donnée par le rapport de la pression de l'essai à la déformation verticale correspondante de la plaque sous la même pression. La mesure de ce coefficient de réaction permet d'évaluer la déformabilité et la compacité d'un sol sous des chargements concentrées de courte durée sur une profondeur de l'ordre du diamètre de la plaque.

Il ne fournit aucune indication sur les propriétés du sol en profondeur ni notamment sur le comportement différé du terrain. Les essais à la plaque servent essentiellement à vérifier la tenue de la couche de support immédiatement située sous le dallage ainsi que la couche de forme. Les résultats dépendent fortement de la granulométrie et de la teneur en eau des matériaux et permettent de mesurer le module de déformation d'un sol homogène.

Il existe divers types d'essais à la plaque d'où une certaine confusion. Ils reposent tous sur le principe de mesurer le tassement d'une plaque rigide circulaire sous un chargement donné. En utilisant les formules de Boussinesq en élasticité, le module est donné par la formule

suivante : $E = \frac{\pi}{4} (1-\nu^2) q \frac{B}{s}$ avec B : surface de la plaque, s : tassement et q : pression.

Le plus souvent on prend la valeur de 0,3 pour le coefficient de Poisson ; E devient $0,7.q.B/s$.

Les essais diffèrent par le diamètre de la plaque, la pression appliquée et le mode opératoire (charge statique, cyclique...)

- Essai de Westergaard

Il se fait spécifiquement avec un diamètre de 75 cm et un chargement monotone de 0 à 0,07 MPa. L'interprétation de cet essai ne donne pas une interprétation du module élastique mais un coefficient de réaction qui est égal au rapport pression appliquée par le tassement correspondant.

Le coefficient de réaction k_w est égal à $(0.07/s)*1000$, en MPa/m avec s en mm.

- Essai de type LCPC :

Historiquement cet essai est utilisé pour déterminer la déformabilité verticale des plates formes de terrassement et pour contrôler la qualité du compactage de l'assise des chaussées. Le diamètre B est de 0.6 m. Les pressions s'appliquent en deux cycles de chargement : le premier est appliqué à une pression égale à 0,25 MPa, le deuxième est appliqué à une pression égale à 0,2 MPa. Ces deux cycles donnent deux modules différents E_{v1} et E_{v2} . Pour cet essai, on peut évaluer le coefficient de Westergaard en prévoyant un palier intermédiaire à 0,07 MPa, en mesurant le tassement correspondant et en admettant une règle de proportionnalité qui aboutit à l'expression suivante de k_w :

$$k_w = (0.07/s)(600/750) = 0.056*1000/s \text{ s en mm}$$

- Essai à la dynaplaque

C'est un essai de mesure du rebond d'une masse sur une plaque posée sur le sol. Le coefficient de réaction, rapport du rebond sur la hauteur de chute, traduit la compacité des couches superficielles, du terrain ou de la forme.

- Essais en profondeur (pressiométrique)

Les essais pressiométriques sont des essais de chargement in situ réalisés par expansion d'une cavité cylindrique. Les contraintes sont exercées sur les parois du cylindre en contact avec le sol ou la roche en place, à l'aide d'un fluide agissant sous une ou des membranes dilatables. On obtient ainsi une relation effort déformation qui peut être analysée théoriquement à la différence des autres essais in-situ, ou empiriquement selon les hypothèses sur les propriétés du milieu selon la norme NF P 94-110-1 (AFNOR, 2000).

1.3.3 Lacunes de la Norme DTU 13.3

Elles se rapportent essentiellement à deux aspects : aspect géotechnique relié à la méthode de détermination du module d'un sol et un autre relié à la conception et exécution du dallage.

1.3.3.1 Critiques se rapportant à l'aspect géotechnique

Michalski (2006) confirme que bien qu'on maîtrise correctement les caractéristiques des matériaux artificiels comme le béton et l'acier, on ne dispose pas de méthode claire pour la détermination des caractéristiques du sol à introduire dans les méthodes de calcul proposés. En effet, le sol présente une hétérogénéité spatiale. La variation avec la profondeur de ses propriétés du fait de l'anisotropie le rend difficile à modéliser surtout si les reconnaissances géotechniques sont réduites.

De plus, le dimensionnement et le comportement des dallages présente un cas complexe d'interaction sol structure.

Les caractéristiques d'interaction sol dallage dépendent des caractéristiques du sol (compressibilité, sensibilité aux variations hydriques..., aléas géologiques), des caractéristiques du dallage (épaisseur, rigidité, joints..) et des sollicitations (charges concentrées, roulantes, statiques, dynamiques...)

Néanmoins, si l'on considère que le sol a un comportement élastique et que celui-ci ne dépend que de son module élastique, on sera confronté au problème de la détermination de sa valeur exacte.

En effet, il n'existe pas un module de Young unique du sol. Il dépend du domaine des contraintes concerné, du type de la sollicitation (statique, dynamique, cyclique, rapide, progressive, provisoire, permanente...) et de certaines conditions climatiques comme l'état hydrique sec, saturé, non saturé, inondé...).

Les modules sont déterminés à partir des essais en laboratoire (oedométrique ou triaxial) ou des essais in situ en surface (essai à la plaque), à faible profondeur (essai à la plaque en fond d'excavation) et en profondeur (essai pressiométrique)

La variation des conditions de réalisation des essais induit une grande confusion dans la détermination du module E_s du sol.

En plus, suivant les bureaux d'étude de sol, deux interprétations du module de sol sont possibles :

$$E_s = \frac{E_M}{\alpha} \quad \text{ou} \quad E_s = \frac{E_M}{\alpha} \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)}$$

Ce fait a pour origine les confusions dans les interprétations de l'essai pressiométrique Ménard :

-soit on assimile le module pressiométrique divisé par le coefficient rhéologique α à un module d'élasticité, soit on assimile le module pressiométrique divisé par le coefficient rhéologique α à un module oedométrique. Cette dernière assimilation n'est plus acceptée.

Selon la norme XP P 94-110-2 (AFNOR, 1999), pour le dimensionnement du dallage il conviendrait de réaliser des essais pressiométrique avec cycle. Cet essai est en cours de normalisation au niveau international et comportera plus d'exigences pour la détermination du module pressiométrique.

Dans ce qui suit quelques recommandations issues de la recherche pour la détermination du module du sol:

Pour des structures comme des dallages qui peuvent être considérés comme des radiers c'est à dire des charges de grandes dimensions sur le sol.

Pour Combarieu (2006), des constructions telles que les radiers sont supposés tolérer des tassements importants avant leur mise en service, mais ultérieurement les amplitudes des tassements subis doivent rester faibles. Il est utile de prévoir ces amplitudes au cours du temps. Le problème réside dans le fait que le massif soit non homogène, surtout les couches de sol en profondeur, et qu'il est souvent de qualité médiocre, peu perméable et compressible. Pour de telles prévisions, l'outil le mieux adapté est l'essai oedométrique. En effet, pour l'étude de telles structures comme les dallages, il faut une bonne prévision du niveau de la nappe, les indices des vides, les coefficients de compressibilité, les contraintes de surconsolidation et l'évolution du fluage.

Le tassement ΔL d'une couche d'épaisseur L s'écrit $s = \frac{\Delta L}{L} = \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_{oed}}$, ou E_{oed} varie avec la profondeur z (c'est-à-dire σ_z).

Il est fortement recommandé de faire une étude sérieuse surtout dans le cas des sols compressibles. Par expérience, ils demandent parfois des moyens dont le coût est souvent incomparable à celui des travaux qu'on sera amené à réaliser sur la base d'une étude moins coûteuse tel que l'essai pressiométrique.

En effet, dans un but économique, l'utilisation des résultats issus d'essais pressiométriques est de plus en plus répandue moyennant l'utilisation du module de déformation pressiométrique E_M quelle que soit la nature du sol.

L'expression donnant le tassement s'écrit $s = \frac{\alpha H}{E_M} q$ où H est l'épaisseur de la couche

susceptible de tasser, E_M et α le module pressiométrique et le coefficient rhéologique, et q est la contrainte répartie appliquée. Le sol compressible n'étant l'objet que de tassements verticaux, sous la forme $s = q / (E_M / \alpha)$. Ce module n'a rien à voir avec le module oedométrique puisqu'il est variable en fonction de la contrainte.

Bien qu'il existe des corrections pour le module E_M proposé par Louis Ménard, ceci reste insuffisant.

Combarieu (2006) démontre la non pertinence du module donné par l'essai pressiométrique à travers l'exemple d'un remblai construit en deux phases.

Dans la première étape une hauteur de $h_r/2$ de remblai est mise en place, le tassement final

de cette étape est égal à $\frac{s_1}{H} = \frac{\alpha h_r}{2E_{M1}}$

Supposons que le sol compressible ait pour caractéristiques E_{M1} , P_{11} et C_{u1} , après consolidation, la cohésion non drainée augmentera à la valeur C_{u2} , les grandeurs E_{M1} et P_{11} changeront aux grandeurs E_{M2} et P_{12} avec $E_{M2} > E_{M1}$.

Sous la nouvelle charge finale $\gamma h_r/2$ qui marque l'achèvement du remblai, le tassement

supplémentaire atteint $= \frac{s_2}{H - s_1} = \frac{\alpha h_r}{2E_{M2}}$ ce qui conduit au tassement final $\frac{s}{H} = \frac{s_1 + s_2}{H}$

$= \frac{\alpha h_r}{2\left(\frac{1}{E_{M1}} + \frac{1}{E_{M2}\left(1 - \frac{\alpha h_r}{2E_{M1}}\right)}\right)}$. Cette valeur est inférieure à celle supposée obtenue après le

chargement direct de la charge du remblai à savoir $\frac{s}{H} = \frac{\alpha h_r}{E_{M1}}$.

Compte tenu de ce qui précède Combarieu propose quelques corrélations pour déterminer le module d'un sol :

-pour les sables et graves très perméables on admettra que $E_{oed}' = 8 E_M$ ceci réduit de moitié ou de tiers des tassements ;

-pour les limons non saturés, $E_{oed}'=4 E_M$ soit une réduction par 2 à 2,5 du tassement obtenu ;

-pour les argiles sur consolidées à très surconsolidées, on pourra estimer ces déformations à l'aide du module œdométrique de l'ordre de $4 E_M$ au lieu de E_M / α et de $5 E_M$ au lieu de E_M ce qui réduit les tassements à en moyenne de 2,5 à 5 fois.

Il faut noter que le module de Young d'un sol E_y noté E_s dans le DTU 13-3 (AFNOR, 2006) s'obtient à partir du module œdométrique en utilisant l'expression suivante:

$$E_y = E_{oed} \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)}$$

D'après Frank (2009) $E_y= 4E_M$ pour les sables et $E_y=10E_M$ pour les argiles

1.3.3.2 Critiques se rapportant à la conception

Debord (2006) reproche à la Norme le fait qu'elle manque de clarté par rapport aux Eurocodes. En plus, elle comporte parfois des résultats non validés par l'expérience. Par ailleurs, plusieurs aspects ne sont pas clairs dans la Norme :

-les coefficients de transfert au droit des joints goujonnés conduisent à trouver des déformations différentes au droit de chacun des angles, induisant des différences s'élevant à plusieurs millimètres, alors qu'il n'est convenu que de tolérer un désaffleurement entre les angles inférieur à 1 mm au maximum.

-pour le calcul des contraintes en coin ou en bord, on superpose deux cas de charges. Le dallage peut soit travailler en console sous l'effet d'une charge Q_e si $Q_e < Q_s$ avec Q_s charge annulant le soulèvement dû au phénomène du retrait différentiel, soit dans le cas contraire peut être appuyé sur le sol et une autre formule de contrainte est donnée.

Ces deux cas ne sont pas maximales au même endroit il est donc impossible de les cumuler au même endroit.

- le coefficient du retrait 4.10^{-4} paraît arbitrairement imposé. L'utilisation de cette valeur suppose l'utilisation d'un béton de mauvaise qualité vulnérable au phénomène du retrait cause majeure des désordres dans les dallages.

-pour les tassements, l'annexe C autorise un maximum de tassement absolu égal à 8 cm.

Ce tassement ne peut pas être admissible pour les quais, les accès et les charpentes...

Ce tassement doit dépendre de la nature du bâtiment et des conditions d'exploitation en plus dans plusieurs cas le dallage est mis sur un sol renforcé ou sur fondations profondes ce qui changera les tassements admissibles.

- si le dallage interagit avec des fondations superficielles ou profondes des tassements différentiels peuvent bien se produire et qui ne sont pas pris en compte dans le DTU 13-3 (AFNOR, 2006).

Dans la profession on demande du DTU 13-3 de plus développer les détails suivants :

- Prise en compte des caractéristiques du sol en profondeur.
- Prise en compte de plusieurs charges en coin.
- Prise en compte du soulèvement des angles sous des charges roulantes et pas sous charges statiques.
- Prise en compte de plusieurs charges au centre et au bord.

1.4 Dimensionnement des dallages à l'étranger

1.4.1 Méthode italienne de dimensionnement des dallages

Biasoli (2003) explique cette méthode simple. Elle est basée, comme la méthode de dimensionnement française des dallages, sur l'application de charges uniformes circulaires sur la structure du dallage.

La contrainte appliquée sous l'action d'une charge concentrée P est celle appliquée sur un

cerle d'influence effectif. Elle est égale au rapport suivant : $\sigma_{cont} = \frac{P}{\pi a^2}$.

Le diamètre $2a$ a une définition similaire à celle de D_{eq} dans la norme française. La détermination de a se fait par itération jusqu'à convergence.

En effet, la hauteur h du dallage est déduite à partir de la charge concentrée, de la longueur $U_c = \Pi (2a+h)$ et de la résistance à la traction f_{ctd} du béton suivant la formule [8].

$$h = \frac{3P_l}{U_c f_{ctd}} \quad [8]$$

La résistance f_{ctd} est donnée par les formules existantes dans les règlements (D.M 9/1/96-2.1.2 et 4.02) dépendant des caractéristiques du béton.

La valeur initiale de h est donnée par la formule de projection $h = Z a^\beta$, Z et β sont fonction de k ($=k_w$ coefficient de Westergaard) et des caractéristiques du béton.

La première valeur de a est fixée à $2/3 h$. La détermination de la hauteur du dallage aux bords en cas d'application d'une charge concentrée se fait elle aussi par itération jusqu'à convergence.

Elle est fonction de la longueur $U_g = 0.5 \Pi (2a + h_g) + 2a$ donnée par la formule [9].

$$h_g = \frac{3 P_l}{U_g f_{ctd}} \quad [9]$$

Le moment au droit de la charge concentrée est donné par la formule de Westergaard [10].

$$m = \sigma_{cont} a^2 \frac{(1 + \nu)}{4} \left[\ln \frac{R}{a} - \ln \frac{\gamma}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{32} \left(\frac{a}{R} \right)^2 \right] \quad [10]$$

- $R = \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)k}}$: rayon de rigidité relative ou longueur de transfert ;

- E module de Young du béton ;

- k coefficient de réaction du sol ;

- $\gamma = 1.7811$ constante d'Euler ;

- ν coefficient de Poisson.

Le moment résistant m_R est calculé à partir de la résistance maximale à la traction du béton σ_f (formule [11]).

$$m_R = \sigma_f \frac{h^2}{6} \quad [11]$$

Le moment m est vérifié inférieur à m_R . σ_f est déterminé à partir des caractéristiques du béton.

Le moment m_g en angle est donné par la formule suivante [12].

$$m_g = 0.7 P \left(1 - \frac{\sqrt{\frac{a}{R}}}{0.925 + 0.22 \frac{a}{R}} \right) \gamma \quad [12]$$

En cas de charges multiples, le moment en un point donné est déterminé par la somme des moments induits par les différentes charges en ce point.

Le moment induit par une charge concentrée P_i en un point 1 est donné par la formule suivante [13].

$$m_{li} = P_i f\left(\frac{x_i}{R}\right) \quad [13]$$

$$\text{avec } f\left(\frac{x_i}{R}\right) = 0.245 e^{-1.46 \frac{x_i}{R}}$$

La prise en compte de la température dans le comportement du béton ne parait pas issue d'études de recherche très poussées.

On se contente tout simplement de la relation linéaire qui donne l'élongation en fonction du gradient de la température suivant la relation [14].

$$\Delta L = \alpha L \Delta T \quad [14]$$

- α coefficient de dilation thermique ;
- T_0 température extérieure ;
- L hauteur du dallage susceptible d'être affectée par l'effet de la température.

1.4.2 Méthode de dimensionnement des dallages en Grande Bretagne (TR 34)

Selon le TR34 (guide britannique de dimensionnement et de construction des dallages en béton – Technical report n°34) (CONCRETE SOCIETY, 2003), cette méthode se base sur la théorie des lignes de rupture.

Cette théorie s'utilise pour étudier des mécanismes de rupture à l'état limite ultime. Elle est basée sur le principe suivant : Le moment résistant au droit des lignes de rupture est égal au moment dû au chargement au droit des lignes de rupture.

Sous une charge concentrée, les fissures se produisent sous la forme suivante indiquée dans la figure 4.

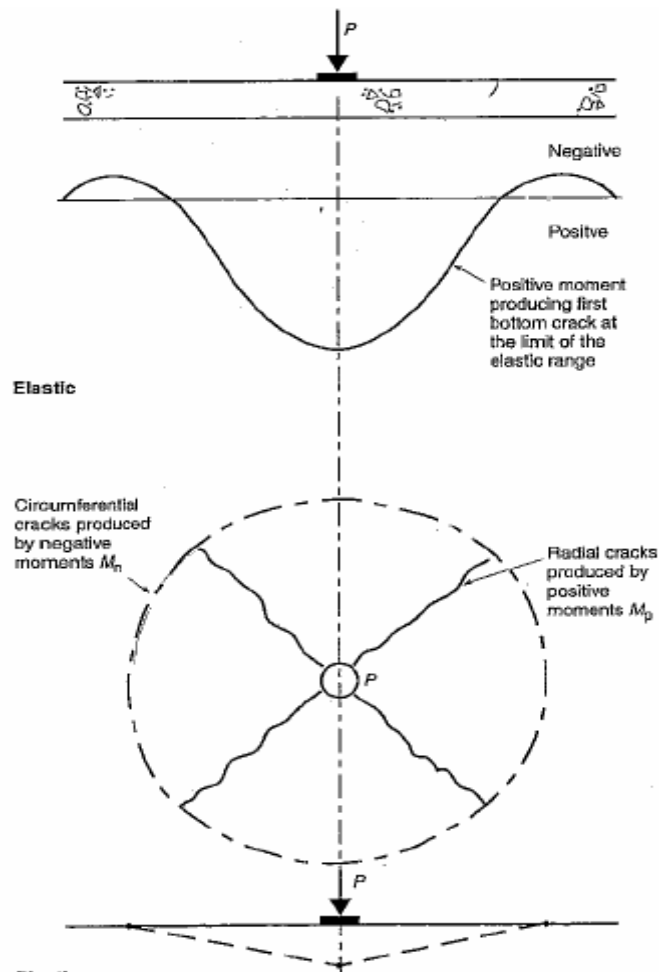


Figure 4 : Développement des fissures radiales et circulaires dans un dallage en béton sous une charge concentrée [TR34]

La charge P doit être au dessous de la valeur de la charge P_u ultime calculée à partir des valeurs des moments M_n et M_p en utilisant la formule [15].

$$P_u = 2\pi(M_p + M_n) \quad [15]$$

- M_n = moment résistant ultime du béton (négatif ou de fléchissement) ;

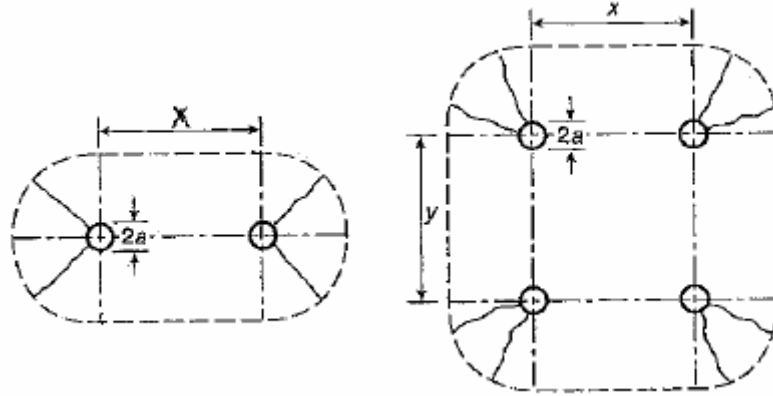
- M_p = moment résistant ultime du béton (positif ou bondissement).

Ceci s'applique bien au cas où la plaque est appuyée sur ses bords.

On peut chercher d'autres mécanismes de rupture suivant le mode de chargement obtenant ainsi d'autres formules pour P_u .

Pour le cas de charges multiples, deux ou quatre charges distants de x et de y comme l'indique la figure 5, les charges ultimes P_u changent d'expression.

Les charges concentrées sont assimilées à des charges uniformément réparties appliquées sur des cercles de rayon a (figure 5).



(a) deux charges concentrées

(b) quatre charges concentrées

Figure 5 : Schéma des lignes de rupture pour des charges multiples

Pour le cas de deux charges concentrées comme l'indique figure 10.a, la charge limite est donnée par la relation [16].

$$P_u = l \left[\frac{4\pi}{1-(a/3l)} + \frac{1.8x}{1-(a/2)} \right] [M_p + M_n] \quad [16]$$

Pour le cas de quatre charges concentrées comme l'indique la figure 10.b ci-dessus, la charge limite a pour expression [17].

$$P_u = l \left[\frac{4\pi}{1-(a/3l)} + \frac{1.8(x+y)}{1-(a/2)} \right] [M_p + M_n] \quad [17]$$

- a = rayon équivalent du chargement ;

- l = longueur de transfert (radius of relative stiffness).

La longueur $l+a$ délimite la zone courante de la zone de bordure dans un dallage.

Par contre, on ne fournit aucune formule pour le cas d'une charge appliquée sur les bords des dallages.

Pour une charge concentrée sur un bord de dallage, la charge limite ultime est estimée à 50 % de celle obtenue pour cette même charge en partie courante.

Cette réduction peut être utilisée en cas de charges multiples. Dans le cas d'une charge linéaire ou uniformément répartie, les formules sont basés sur les travaux de Hetenyi, (1986) qui sont effectués en utilisant un coefficient de sécurité de 1,5 affecté aux caractéristiques du matériau du dallage et non pas au chargement.

Toutes les équations qui permettent de déterminer les moments de flexion font intervenir le terme λ donné par la formule [18].

$$\lambda = \left(\frac{3k}{E_{cm} h^3} \right)^{0.25} \quad [18]$$

- k : module de Westergaard ;

- E_{cm} = module élastique sécant du béton (déterminé dans le §.1.4.2.1) ;

- h : épaisseur du dallage.

La charge linéaire ultime supportée par un dallage dimensionné par le moment de fléchissement positif est donnée par la formule [19].

$$P_{lin,p} = 4\lambda M_p \quad [19]$$

La charge linéaire ultime supportée par un dallage dimensionné par le moment de fléchissement négatif est donnée par la formule [20].

$$P_{lin,p} = 4\lambda M_n / 0.21 \quad [20]$$

La charge supportée par un dallage par unité de surface est déterminée par la formule [21].

$$w = \frac{1}{0.161} \lambda^2 M_p \quad \text{et} \quad w = \frac{1}{0.168} \lambda^2 M_n \quad [21]$$

Les valeurs de M_n et de M_p sont données en fonction de l'épaisseur du dallage, de la contrainte maximale en traction du béton et des caractéristiques de l'acier dans le cas du béton armé ou renforcé par des fibres.

Les dallages ainsi dimensionnés aux états limites ultimes sont moins épais demandant moins de renforts. Ils sont par conséquent plus faciles à construire et par la suite plus économiques.

En raisonnant à la rupture, cette théorie permet de prévoir le comportement des dallages à long terme et néglige son comportement à court terme qui peut bien se produire en phase d'exécution tel que le phénomène de retrait, température et humidité.... Un projet d'expertise sur les dallages a été lancé en Grande Bretagne depuis l'an 2000 en vue d'amélioration du TR34.

Ce projet consiste à installer un système d'instrumentation dans des dallages industriels durant leur construction.

Ce système permet de contrôler la température ambiante dans le dallage, son humidité relative et la vitesse de l'air qui sont susceptibles d'affecter le comportement du béton à court terme.

Les résultats obtenus ont permis d'effectuer quelques rectifications dans le TR34 concernant le comportement du béton et ont permis de conclure sur l'importance des paramètres retrait et gradient de température, pour l'évaluation des déformations du dallage à court terme comparée à celle de l'influence du coefficient de réaction du sol surtout quand il est question de prévoir les premières apparitions des fissures.

Ces résultats ont été l'objet d'un guide permettant aux professionnels d'examiner le comportement à court terme des dallages industriels dans les travaux de conception et d'exécution des dallages en Grande Bretagne.

Des études, utilisant la méthode aux éléments finis sont effectuées en parallèle pour retrouver ces résultats expérimentaux précédents. Elles ont pu montrer que le sol a peu d'influence sur l'apparition des fissures au sein d'un dallage. Ce ne sont que le comportement du béton, la disposition des joints et leur proximité aux charges qui peuvent causer la formation des fissures et surtout les premières.

Par contre, elles ont montré que la caractérisation du sol est primordiale pour déterminer la déformation globale du dallage à court terme et à long terme. On a donc estimé ceci parmi les insuffisances principales de la méthode de dimensionnement des dallages industriels en Grande Bretagne, ainsi, s'impose une méthode de dimensionnement aux états limites de service.

1.4.2.1 Transfert de charge

Parmi les centres d'intérêt de ce projet d'amélioration est le problème de transfert de charge par les joints.

Le traitement de ce problème a été basé sur les travaux de formulation mathématique de la conception des joints menés par Yoder et Witczak (1982) issus eux même des travaux de Friberg et Bradbury (1938). Dans ce qui suit une application simplifiée de cette formulation aux joints de forme carrée et cylindrique.

Yoder et Witczak (1982) ont proposé une distribution des joints tous les 1,8 l où l désigne la longueur de transfert. Au-delà de cette distribution, le joint ne pourra assurer aucun transfert.

Le transfert de charge sera exprimé en quantité de chargement (en kN) et non en pourcentage. Il doit se calculer tout d'abord en considérant une distance de 0,9l. IL doit

ensuite tenir compte de la résistance au cisaillement du joint. Par exemple, s'il s'agit d'une charge appliquée de 120 kN et le transfert de charge d'un joint calculé de 20 kN, le dallage en question, qui est circulaire de rayon 1,8l, doit être dimensionné en prenant en compte un chargement de 100 kN. Le fonctionnement d'un joint est expliqué sur la figure 6.

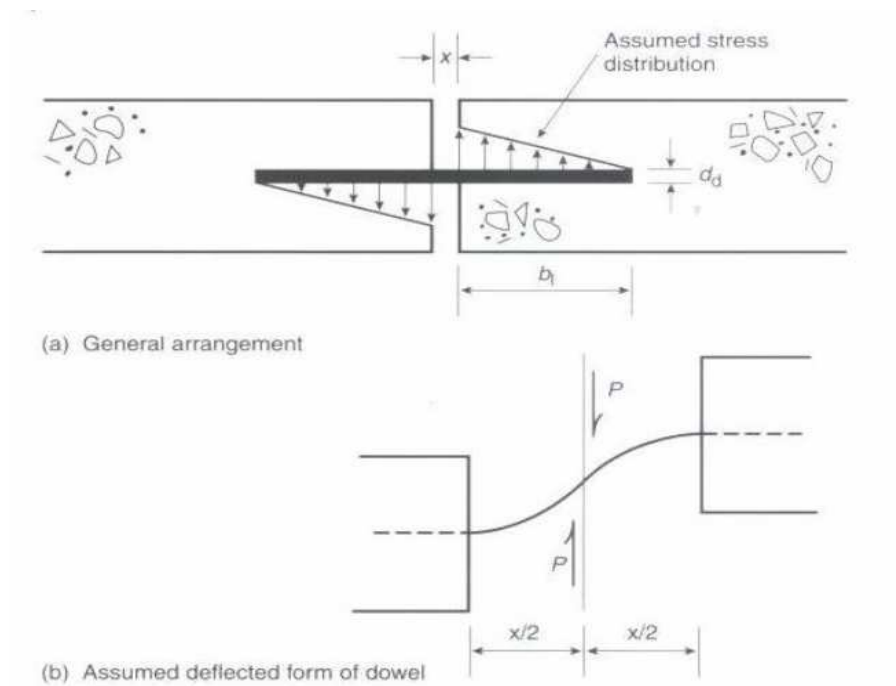


Figure 6 : comportement d'un joint conjugué selon le TR34

La résistance au cisaillement d'un joint, P_{sh} est donnée par la formule [22].

$$P_{sh} = 0.6 f_y A_v / \gamma_s \quad [22]$$

- f_y est la rigidité de l'acier ;
- A_v = la surface de cisaillement affectée au coefficient 0,9 ;
- γ_s = le facteur de sécurité propre à l'acier pris égal à 1,15.

La portance du joint, P_{bear} est donné par la formule [23].

$$P_{bear} = 0.5 f_{cu} b_1 d_d / \gamma_c \quad [23]$$

- b_1 = longueur de scellement du joint ;
- d_d = diamètre du joint de section circulaire ou épaisseur dans le cas de section non circulaire ;
- f_{cu} = résistance à la compression du béton (N/mm²) ;
- γ_c = facteur de sécurité partiel propre au béton pris égal à 1.5.

La résistance à la flexion du joint, P_{bend} est fonction de l'ouverture du joint x et est donnée par la formule [24].

$$P_{bend} = (2f_y Z_p) / x \gamma_s \quad [24]$$

- Z_p = le moment d'inertie du joint = $d_d^3/4$ pour des joints en forme de carré, et

$d_d^4/6$ pour des joints de forme circulaire.

Puisque les joints sont supposés travailler en flexion et en cisaillement, la capacité de transfert en charge P_{app} doit vérifier l'inégalité [25].

$$\frac{P_{app}}{P_{sh}} + \frac{P_{app}}{P_{bend}} \leq 1.4 \quad [25]$$

On donne des ordres de grandeurs des différentes capacités citées ci-dessus pour pouvoir dimensionner des joints de différentes dimensions dans le tableau 2. Ces valeurs sont évaluées en utilisant les caractéristiques suivantes :

- $f_y = 250 \text{ N/mm}^2$;
- $f_{cu} = 40 \text{ N/mm}^2$;
- $E_s = 200 \text{ N/mm}^2$ (module d'élasticité de l'acier) ;
- $G = 0.4 E_s$ (module du cisaillement de l'acier) ;
- Facteur de sécurité pour le béton, 1.5 ;
- Facteur de sécurité pour l'acier, 1.15;
- x , ouverture du joint.

Dimension du joint (mm)	Longueur totale du joint (mm)	P _{sh} (kN)	P _{bear} (kN)	P _{bend} (kN)		
12mm de diamètre	400	13.3	15.4	x=5	x=10	x=15
16mm de diamètre	400	23.6	27.3	61.9	31.0	20.6
20mm de diamètre	500	36.9	42.7	121.0	60.5	40.3
20mm d'épaisseur	500	47	42.7	173.9	87.0	58.0

Tableau 2 : Evaluation de la capacité de transfert des joints conjugués – ordres de grandeur

La déflexion du joint peut être évaluée à partir de la formule [26] :

$$\gamma_d = 2 \left[(Px^3 / 24E_s I) + PF / 2GA \right] \quad [26]$$

- A=section du joint ;
- E_s= Module d'élasticité de l'acier ;
- G = Module de cisaillement de l'acier ;
- I = moment d'inertie du joint ;
- P = chargement appliqué du dallage ;
- x = ouverture du joint.

Des ordres de grandeur de la déflexion pour un joint de 20 mm d'ouverture sont donnés dans le tableau 3.

x (mm)	$\delta_d(mm)$
5	1.57×10^{-3}
10	3.00×10^{-3}
15	6.89×10^{-3}

Tableau 3 : déflexions selon l'ouverture d'un joint (TR34)

1.4.2.2 Calcul aux états limites de service

Il est nécessaire de vérifier le dallage aux états limites de service. Il s'agit de considérer la déflexion, la fissuration et l'ouverture de joint ; même si cette vérification entraîne une augmentation de l'épaisseur du dallage à partir de celle obtenue par la vérification aux états limites ultimes.

La figure 12 montre une relation type entre le chargement et la déflexion pour un dallage suffisamment résistant.

Le chargement de service, $P_{SLS} = P_{ULS} / (\gamma_m \gamma_f)$, doit être situé dans l'intervalle [OA] (figure 7) de la courbe chargement déflexion, c'est-à-dire, au-dessous de la limite d'élasticité, P_{LL} .

γ_m et γ_f sont des facteurs de sécurité respectivement propres au béton et à l'acier.

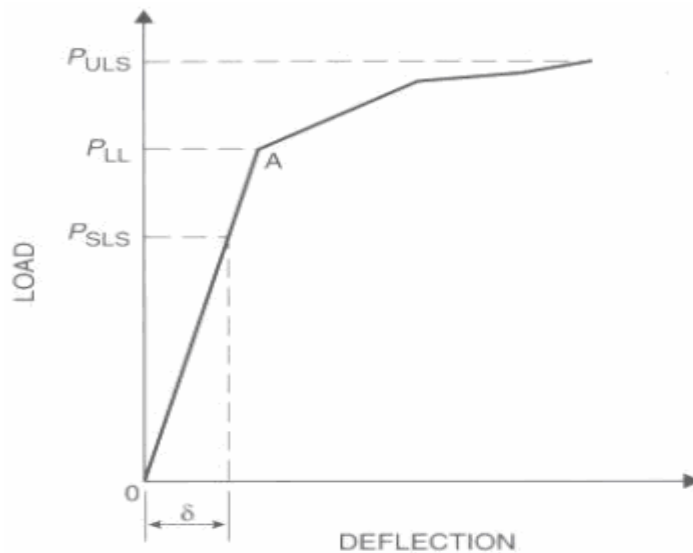


Figure 7 : Courbe type chargement déflexion d'un béton d'un dallage (TR34)

Pour estimer la valeur de la déflexion d'un dallage sous un chargement P , on peut utiliser les équations de Westergaard. La déflexion δ peut être exprimée à partir de la formule [27].

$$\delta = c \frac{P}{kl^2} \quad [27]$$

- k : coefficient de réaction du sol ;
- l : longueur de transfert ;
- c : coefficient de déflexion dépendant de la position du chargement.

Pour des charges au bord et à l'intérieur du dallage (zone courante), les valeurs de c sont respectivement 0,442 et 0,125. Pour les charges en coin, le coefficient c est calculé à partir de la formule [27].

$$c = [1.1 - 1.24 \left(\frac{a}{l}\right)] \quad [27]$$

L'influence du béton sur la déflexion du dallage sous un chargement durable dans un temps donné peut être estimée à travers une correction de la valeur de l . Par ailleurs, le module d'élasticité du béton sera influencé par le phénomène du fluage dû au maintien du chargement au cours du temps. A long terme, le module du béton, dit module différé, aura l'expression approximative [28].

$$E_{cm}(t) = E_{cm} / (1 + \Phi) \quad [28] \quad \text{avec } \Phi = \text{coefficient de fluage}$$

Le coefficient de fluage dépend de plusieurs paramètres tels que l'humidité relative du béton, le temps de chargement, épaisseur du dallage. On peut se référer à l'Eurocode 2-Annexe B (AFNOR, 2005).

Dans le tableau 4, des ordres de grandeur de déflexions un dallage d'épaisseur 20 cm sous un chargement de 60 kN sont donnés.

k (N/mm ²)	l (mm)	P/kl ² (mm)	Déflexions (mm)		
			Zone courante	Bord libre	Angle libre
0.02	834	4.31	0.54	1.9	4.38
0.04	701	3.05	0.38	1.34	3.05
0.06	634	2.49	0.31	1.1	2.47
0.08	590	2.15	0.27	0.95	2.11
1	558	1.93	0.24	0.85	1.88

Tableau 4 : Déflexions d'un dallage de 20 cm d'épaisseur sous un chargement de 60 kN

1.4.2.3 Déflexions au sein du dallage en béton

Il y a trois types de mouvements intrinsèques qui peuvent se produire dans le corps du béton: retrait plastique, retrait thermique dû aux phénomènes de contraction interne et de

changement de température externe et retrait de séchage qui peut durer tout au long de la vie du dallage.

Quand ces phénomènes de retrait se produisent, des contraintes de traction se développent dans le corps du béton. Des fissurations peuvent se produire quand la contrainte de traction limite est dépassée. L'un des buts essentiels du dimensionnement d'un dallage est d'éviter la formation des fissures.

Le retrait plastique se passe dans les premières heures de la fabrication du béton. Il peut être minimisé par la mise en place de quelques matériaux spécifiques et par conséquent il ne peut pas constituer un problème majeur pour les dallages industriels puisqu'on arrive même à refermer les fissures. Par contre, il y avait pas mal d'études qui montrent que les fissures peuvent ré exister...

Le retrait thermique est dû au fait que la réaction d'hydratation du béton soit exothermique. Ce phénomène peut durer entre 14 heures et une semaine depuis la construction du béton. La température induite peut s'élever jusqu'à 10°C avec un retrait résultant qui vaut environ $100 \times 10^{-6}m$.

Les changements de température saisonniers peuvent causer un mouvement très significatif. Le gradient de température résultant est d'environ 15°C, ce qui correspond à environ $150 \times 10^{-6}m$ de déformations.

Le retrait de dessiccation est un phénomène durable dans le temps. IL dépend de l'environnement et des propriétés du béton.

Après trois mois de sa vie le béton peut ne pas faire que 30% de son retrait de dessiccation final. Les contraintes de traction produites peuvent mener à la fissuration. Pour un béton bien dimensionné, la valeur finale du retrait de séchage peut varier de 400 à $600 \times 10^{-6}m$.

Pour minimiser le retrait final de séchage (afin de minimiser les contraintes de traction), il faut diminuer la quantité d'eau initiale accessible à l'évaporation et ceci en assurant une bonne qualité d'exécution et de formulation du béton.

La contrainte de traction due au retrait f_{sh} , peut être exprimée par la formule [29].

$$f_{sh} = E_{cm} \epsilon_{sh} \quad [29]$$

- E_{cm} module sécant du béton ;
- ϵ_{sh} valeur finale du retrait.

Puisque le retrait dépend du temps, ce phénomène peut interagir avec le phénomène de fluage, il est par conséquent recommandé de considérer le module du béton qui varie en fonction du temps.

Pour minimiser la contrainte de traction de retrait, il est souvent recommandé d'utiliser une sorte de membrane entre le dallage et le sol. Cette membrane diminue alors le frottement qui est à l'origine des contraintes de traction globale. En absence du frottement, la contrainte de traction due au retrait s'exprime à travers la formule [30].

$$f_{sh} = 0.2 E_{cm}(t) \varepsilon_{sh}. \quad [30]$$

1.4.3 Conclusion sur les méthodes de dimensionnement à l'étranger

Par rapport à la méthode de dimensionnement italienne, la méthode française paraît beaucoup plus élaborée. Le comportement des joints conjugués au sein d'un dallage reste toujours une ambiguïté en France. Par contre le TR34 reste toujours fidèle au module de Westergaard et ne tient pas compte du comportement des sols en profondeur. De plus, toutes les méthodes ne prennent pas en compte en détail le comportement d'un dallage vis-à-vis du retrait. Elles prennent toujours une valeur unique et finale souvent non justifiée et qui ne dépend ni de l'épaisseur du dallage, ni du temps, ni du gradient de température.

1.5 Synthèse sur le comportement du béton dans la structure

Le béton est un matériau qui évolue : sa structure interne et ses caractéristiques mécaniques évoluent dans le temps.

Sous une sollicitation donnée, le béton a une réponse instantanée mais, il est encore le siège de déformations différées (sous charges de longue durée : charges permanentes, dynamiques, d'exploitation etc...).

Conventionnellement, les déformations différées du béton sont divisées en deux composantes : les déformations de retrait et les déformations de fluage.

Ces deux composantes principales se subdivisent également en sous composantes, dépendant des différentes conditions et situations auxquelles le matériau est soumis.

Dans le DTU 13-3 (AFNOR, 2006), le phénomène du retrait est bien pris en compte.

La valeur finale du retrait est prise égale à 0,4 mm/m. Par conséquent, la variation du retrait en fonction du temps n'est pas considérée.

Afin de les modéliser, il faut tout d'abord, décrire les différents mécanismes qui gouvernent ces déformations différées.

1.5.1 Retrait

C'est la variation dimensionnelle dans le temps observée sans chargement extérieur. Elle est générée par différents mécanismes moteurs, principalement les réactions chimiques lors de l'hydratation, la variation de la teneur en eau et la variation de la température.

Ces variations peuvent être dues à la réaction d'hydratation ou être de nature climatique ou industrielle (décoffrage, traitement thermique). Elles sont décomposées en cinq mécanismes et peuvent, soit se suivre dans le temps, soit avoir lieu simultanément.

1.5.1.1 Le retrait plastique

Chronologiquement, c'est la première déformation qui se produit. Ce phénomène se produit en présence d'eau dans le béton dans son état plastique (au moment de la prise).

1.5.1.2 Le retrait chimique

La réaction d'hydratation se fait avec une diminution de 8 à 12% du volume total (eau + ciment), c'est la contraction. Les hydrates formés ont un volume inférieur à celui de l'ensemble ciment anhydre plus eau, d'après Acker (1993).

1.5.1.3 Le retrait endogène ou d'auto-dessiccation

La phase liquide qui diminue à cause de la présence d'hydrates ne peut pas occuper la place qui lui est offerte. Une cavitation s'amorce alors avec une apparition rapide d'un réseau gazeux.

La coexistence de ces deux phases entraîne la formation de ménisques aux interfaces liquide/ gaz et de tensions capillaires importantes favorisant un retrait endogène.

L'évolution de la déformation de retrait endogène est liée à la cinétique d'hydratation. Elle constitue son mécanisme moteur d'après Mounangua (2003).

Cette évolution est très rapide dans les premiers jours et son avancement est de 60 à 90% à 28 jours d'après Mounangua (2003).

Les paramètres qui influencent la cinétique de l'hydratation, tels que la nature et le rapport e/c (e étant la quantité d'eau [kg/m³] et c la quantité de ciment [kg/m³]) jouent un rôle majeur sur l'amplitude du retrait endogène.

Cette déformation reste inférieure à 10^{-4} pour les bétons à rapport e/c supérieur à 0,45 mais il augmente très vite quand ce rapport passe en dessous de 0,4 et peut atteindre 3×10^{-4} m/m.

Il est à noter que le retrait endogène a lieu de façon homogène lorsque la structure du béton est réalisée d'une même opération de bétonnage d'après Abiar (1986).

1.5.1.4 Le retrait de dessiccation

Le mécanisme moteur de cette composante de déformation différée est, d'un point de vue intrinsèque, similaire à celui du retrait endogène. Il est dû également à une variation de la teneur en eau conduisant à la contraction de la matrice d'après Abiar (1986).

Néanmoins ce mécanisme à l'inverse du précédent présente un caractère hétérogène.

En effet, la variation de la teneur en eau se fait dans ce cas par départ d'eau vers l'extérieur du matériau lorsque celui-ci est soumis au séchage.

Ce départ étant régi par le déséquilibre entre le degré hygrométrique initial du matériau et celui de l'environnement extérieur.

Le retrait de dessiccation présente alors une cinétique plus lente que celle du retrait d'auto-dessiccation montré par Mensi et al. (1988). Elle traduit, en fait, la progression dans le temps du front de séchage du bord vers l'intérieur de la structure. Pour une éprouvette de 16 cm ce retrait peut durer jusqu'à 10 ans. Ainsi dans des structures plus massives ce retrait peut même dépasser leurs durées de vie. La distribution non uniforme du séchage conduit, notamment au départ du processus, à des déformations différentielles du retrait entre les zones en cœur et les zones extérieures. Ces forts gradients se traduisent par la génération d'un système d'autocontraintes (compression en cœur et traction aux bords) qui conduit à

l'amorce d'un processus de fissuration du matériau. Cet effet structural dépend fortement de la géométrie de la pièce et des conditions aux limites, prouvé par Torrenti (1996).

Il est à noter que la démarche expérimentale, devant permettre l'identification de cette composante, consiste à mesurer l'évolution de la déformation de retrait dans le temps sur une éprouvette non chargée mécaniquement et soumise au seul effet d'une dessiccation latérale.

1.5.1.5 Le retrait thermique

La réaction d'hydratation est fortement exothermique. Ce dégagement de chaleur engendre une élévation de la température initiale. Cette élévation peut atteindre 50°C, parfois plus lorsque la pièce est massive.

Torrenti et al. (1993) démontrent que la déformation de retrait thermique peut alors atteindre 5×10^{-4} selon le dosage et la nature du ciment.

La peau se refroidissant plus rapidement que le cœur, il se crée un gradient thermique qui engendre des auto-contraintes et donc de la fissuration de peau. Cet effet est d'autant plus marqué que l'épaisseur de l'élément est importante (environ plus de 30 cm).

1.5.1.6 Conclusion sur le retrait

Ces différentes déformations ont des cinétiques différentes selon la nature chimique, hydrique ou thermique du béton.

Dans une structure en béton, la chaleur d'hydratation diffuse pendant un ou deux jours alors que le séchage dure plus de dix ans. C'est d'ailleurs ce qui permet de les modéliser de manière satisfaisante : à court terme le séchage reste très superficiel et n'affecte pas ou très peu l'hydratation ; à long terme les variations de température, d'origine climatique, restent cycliques et ne modifient pas profondément la cinétique de séchage. Ceci est appliqué dans la modélisation du retrait dans le chapitre suivant.

1.5.2 Fluage

C'est la variation dimensionnelle différée due à l'application d'un chargement mécanique extérieur. Ce phénomène semble être étroitement lié à la présence d'eau dans le matériau.

Différents modèles ont été proposés pour le fluage du béton depuis 1957. Le dernier modèle est celui proposé par Bazant (1997). Il est basé sur la théorie de la solidification. Il consiste en le réarrangement progressif des liaisons entre les surfaces adjacentes de feuillets d'hydrates lors des glissements des feuillets du C-S-H.

Il est conventionnellement admis de décomposer la déformation de fluage en deux composantes distinctes qui correspondent donc à au moins deux mécanismes physico-chimiques différents d'après (Guenot, 1996), (Bazant et al. , 1998) et (Muller, 1999) :

- Le fluage propre : défini comme la déformation mesurée sur une éprouvette de béton en équilibre hydrique et donc sans échange d'humidité avec le milieu extérieur.
- Le fluage de dessiccation : défini comme la part supplémentaire que l'on mesure lorsque l'éprouvette chargée est soumise à une dessiccation simultanée.

1.5.2.1 Fluage propre

L'analyse de la cinétique de cette déformation différée pour différents bétons, permet de mettre en évidence deux régimes cinétiques distincts. Tout d'abord, un fluage à court terme qui se développe rapidement, pendant quelques jours après le chargement. Ensuite, un fluage à long terme caractérisé par un fort vieillissement en cinétique mais considéré comme non asymptotique d'après Bazant (1989).

1.5.2.2 Fluage de dessiccation

Lorsqu'une éprouvette est soumise simultanément à la dessiccation et à un chargement mécanique, le mécanisme de fluage ayant lieu est affecté par la variation de la teneur en eau dans le temps en plus de sa distribution non homogène (du fait du séchage). Le mécanisme de retrait est quant à lui modifié par la présence du chargement mécanique qui affecte notamment le processus de microfissuration et donc la part structurale du retrait d'après Granger (1995).

On mesure alors une déformation différée beaucoup plus importante que celle obtenue en sommant les déformations mesurées sur des éprouvettes analogues de fluage propre et de retrait. C'est l'effet Pickett démontré par Abiar (1986).

Le fluage de dessiccation lui-même peut comprendre deux types : le fluage de dessiccation intrinsèque et le fluage de dessiccation structural. Le premier traduit le comportement propre du béton dans sa configuration idéale c'est-à-dire avant la rupture d'après Bazant (1985). Ce type de fluage est lié à la diffusion de l'humidité au sein du matériau aux deux échelles macroscopiques et microscopiques. Le deuxième, est inévitable du fait de la dessiccation.

1.5.3 Conclusion sur le comportement du béton

Cette partie a montré la complexité de la modélisation du comportement du béton surtout si on veut tenir compte de tous les phénomènes y compris le fluage. La modélisation nécessite alors un travail de couplage ce qui est adopté dans le chapitre suivant. Bien qu'il soit le centre d'intérêt de plusieurs études, le fluage n'est pas pris en compte directement dans la modélisation du comportement du béton d'un dallage, par contre, on étudie son effet à travers la variation du module différé du béton. Mais, tout d'abord, on expose les différents modèles existants qui permettent d'évaluer les sollicitations et les déplacements au sein d'un dallage en tenant compte d'une charge mécanique ou d'une charge thermique. Ceci est pour deux buts : le premier est de comprendre les bases théoriques des méthodes de dimensionnement ainsi que la manière dont on peut intégrer une charge thermique dans de tels modèles ; le deuxième est de mettre en évidence leurs lacunes et de justifier la raison pour laquelle on a recours à la méthode aux éléments finis.

1.6 Méthodes analytiques existantes

1.6.1 Modèle de Westergaard (1926)

Le dallage est supposé par Westergaard (1926) une plaque mince, le sol est considéré comme massif de Winkler, c'est-à-dire un assemblage de ressorts indépendants (figure 8). Le déplacement vertical w en un point de contact entre la couche et le massif est alors calculé à partir du rapport pression verticale en ce point et k coefficient de réaction de la fondation.



Figure 8 : représentation schématique du modèle de Westergaard

L'application de l'équation de Lagrange pour le dallage considéré comme plaque donne (équation [31]):

$$D\Delta^4 w(x, z) + kw(x, z) = p(x, z) \quad [31]$$

avec p la somme des charges verticales réparties extérieures appliquées sur la plaque et D la rigidité de la plaque exprimée en fonction du module de Young E , du coefficient de Poisson du matériau de la plaque et de son épaisseur H .

$$\text{On a alors } D = \frac{EH^3}{12(1-\nu^2)}$$

La résolution de cette équation est quasiment impossible si l'on travaille dans le plan cartésien (x, y) , elle devient nettement moins difficile et faisable en travaillant en axisymétrique.

Dans le cas où la charge est concentrée ; Westergaard a obtenu une solution explicite en résolvant le problème à l'aide d'une méthode énergétique (en minimisant l'énergie potentielle du système). Il a pour cela choisi des fonctions de déplacement dépendant de la position de la charge sur la plaque en considérant trois cas particuliers correspondant à des configurations critiques : charge au centre, au bord et en coin du dallage.

Ce modèle n'échappe pas aux inconvénients. D'une part, les ressorts ont la même rigidité et travaillent indépendamment les uns des autres. Ceci revient à assimiler l'appui sur le sol à un appui sur un liquide dense. D'autre part, les efforts de cisaillement de l'interface ne sont pas pris en compte pour évaluer l'effet de l'interaction sol dallage.

1.6.2 Modèle de Pasternak

Hideaki (2007) explique le modèle de Pasternak qui apporte une amélioration du modèle de Westergaard. En effet, les efforts de cisaillement en dessous du dallage sont pris en compte.

Ainsi le massif du sol est toujours considéré comme un ensemble de ressorts juxtaposés verticaux se déformant en cisaillement. La couche de cisaillement est caractérisée par le module de cisaillement G . Il est déterminé à partir de E module de Young et ν coefficient de Poisson du sol (figure 9).

Ce modèle présente des inconvénients. Premièrement, les ressorts ont les mêmes rigidités et travaillent indépendamment les uns des autres, ceci rappelle bien l'inconvénient du modèle de Westergaard dans la représentation du sol. Deuxièmement, la déformation en un point du dallage ne dépendra que de la contrainte en ce point et ne tiendra pas compte de l'effet des couches du sol en-dessous en terme de déformations.

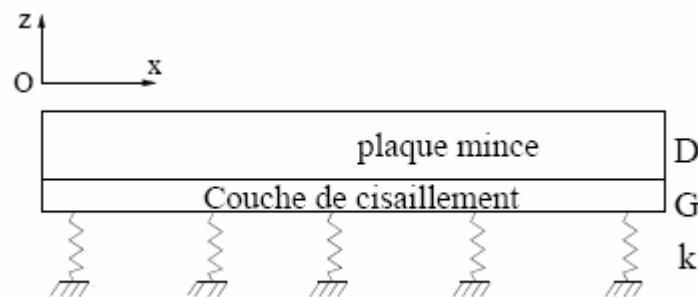


Figure 9 : modèle de Pasternak

Par ailleurs, ce modèle permet de prendre en compte le fait que sous un chargement uniformément réparti le dallage ne s'enfonce pas de manière homogène comme dans l'hypothèse du massif de Winkler. Dans le cas du massif élastique, la réaction du support n'est pas constante sur le dallage chargé. Vezole (1999) insiste sur le fait que dans cette présentation, le dallage soumis à un chargement uniformément réparti présente une courbure et subit des efforts de flexion, ceci permet de pallier les résultats donnés avec le modèle de Westergaard (figure 10).

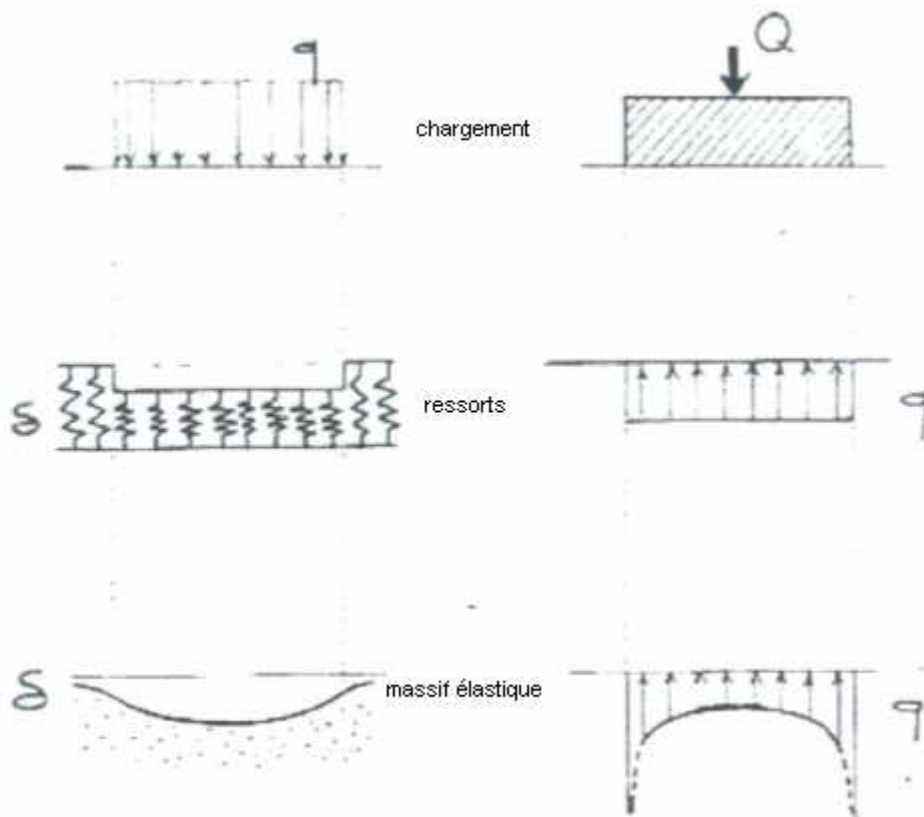


Figure 10 : massif de Winkler et massif élastique

1.6.3 Modèle de Hogg

Tran (2004) explique que Hogg suppose dans son modèle que la plaque est mince, caractérisée par son module de Young et son coefficient de Poisson et est posée sur un massif semi infini de Boussinesq (figure 11).

Hogg suppose que la plaque glisse parfaitement sur le support. Seuls les déplacements verticaux et les contraintes sont les inconnus du problème.

Ils sont supposés continus entre plaque et support. Leurs équations de continuité sont données par ceux de la plaque et Boussinesq.

Les efforts de cisaillements entre sol-plaque ne sont donc pas pris en compte.

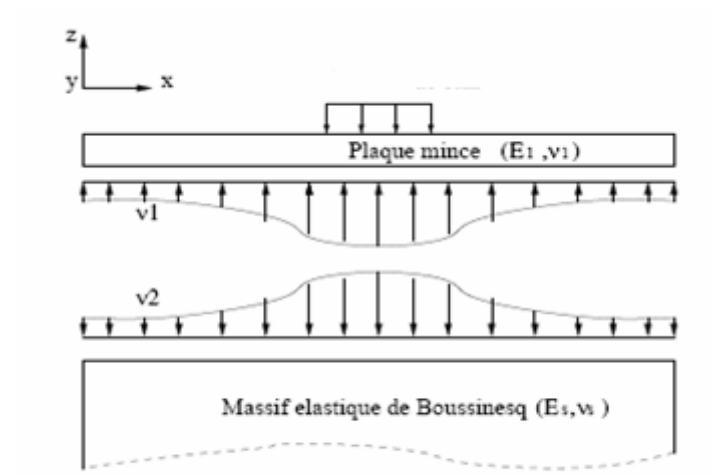


Figure 11 : modèle de Hogg

1.6.4 *Modèle de Burmister*

Burmister (1943) suppose que l'ensemble dallage et sol est un multicouche infini dans le plan constitué de plusieurs couches qui sont considérées en tant que solides élastiques définis par leur module E_i et leur coefficient de Poisson ν_i (figure 12). La charge est supposée circulaire. Cette hypothèse permet de travailler en axisymétrie ce qui facilite le problème.

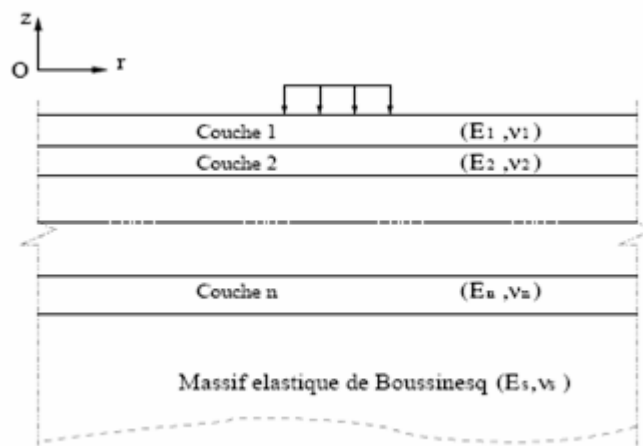


Figure 12 : représentation schématique du modèle de Burmister

Ce modèle présente l'avantage de traiter des problèmes en multicouche. Il est beaucoup utilisé dans le dimensionnement des chaussées en France à travers le logiciel ALIZE, (LCPC, 1964).

En plus, les interfaces entre les différentes couches laissent libre court à tout décollement possible.

Mais, ce modèle présente bien des inconvénients. En effet, avec l'hypothèse de l'axisymétrie, il ne peut pas traiter les problèmes de discontinuités dans le dallage tel que les joints.

1.6.5 Modèle de Leonards et Haar (1959)

Le modèle de Westergaard peut être appliqué pour des dallages de dimensions infinies mais ne tient pas compte des discontinuités du corps du dallage. Ces discontinuités jouent un rôle important dans le comportement du dallage.

Leonards et Haar (1959) ont apporté des améliorations du modèle de Westergaard . Ils ont pu évaluer le comportement d'un dallage de dimensions finies soumis à des charges verticales et à un gradient de température ou d'humidité. Il permet aussi de prendre en compte d'éventuels décollements du dallage de son support. Le calcul est réalisé sur les dallages circulaires de rayon a . Le dallage est supposé décollé sous l'effet d'un gradient de retrait négatif (contraction plus importante sur la fibre supérieure) (figure 13). On note b le rayon de la surface de contact.

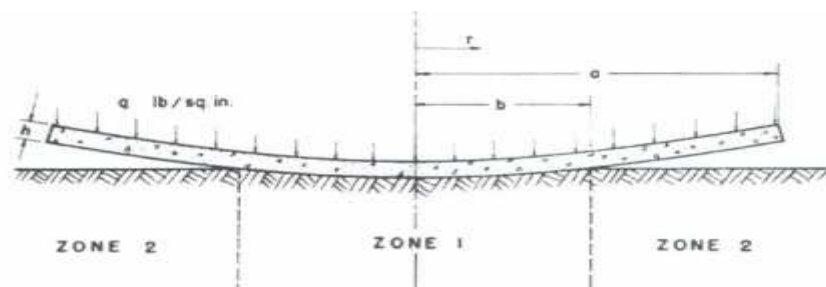


Figure 13 : Coupe diamétrale du dallage tuilé dans le cadre des hypothèses de Leonards et Harr

Si l'on admet que les déflexions sont petites devant l'épaisseur du dallage, on peut écrire les équations d'équilibre en coordonnées cylindriques (formule [32]) :

$$D\nabla_r^4 w = g - p \quad [32]$$

avec g le chargement vertical réparti sur le dallage ;

$p = kw$ réaction du support, k étant le coefficient de Westergaard.

Pour la zone 1 l'équation est vérifiée et la solution est de la forme

$$w_1 = g/k(1 + C_1 Z_1(r) + C_2 Z_2(r) + C_3 Z_3(r) + C_4 Z_4(r))$$

les fonctions Z_i sont des exponentielles de r .

Pour la zone 2 où le dallage est décollé, l'équation vérifiée est

$$D\nabla_r^4 w = g$$

La solution est de la forme : $w_2 = C_5 Z_5(r) + C_6 \ln(r) + C_7 r^2 + C_8 r^2 \ln(r) + g r^4 / 64D$

Neuf conditions aux limites sont nécessaires pour déterminer les huit coefficients C_i et le paramètre b :

- $w_1(b) = 0$ sur le périmètre de décollement ;

- $w'_1(b) = 0$ par symétrie ;

- $w'_1(b) = w'_2(b)$ par continuité ;

- $w_2(b) = 0$;

- $M_1(b) = M_2(b)$;

- $V_1(b) = V_2(b)$.

Dans le cas où les bords du dallage sont libres on a : $M_2(a) = 0$.

Les deux dernières conditions aux limites sont fournies par les conditions de chargement. Dans le cas d'une charge uniformément répartie sur la surface du dallage on a : $V_1(a) = V_2(a) = 0$

1.6.6 Modèle d'Eisenmann (1970)

Depuis les années 70, Eisenmann (1971) (se référer aussi à Eisenmann et Leykauf (1990)) a travaillé sur l'effet du gradient de déformation thermique ou de séchage dans l'épaisseur des dallages.

Dans ce cas d'analyse, le dallage est assimilé à une poutre reposant sur un support rigide. Deux gradients traités: gradients négatifs (la surface est en contraction par rapport à la surface inférieure; tuilage) et gradient positif (la surface est en extension par rapport à la surface inférieure). Les dallages sont soumis généralement au phénomène de tuilage puisqu'ils sont généralement couverts, ils ne subissent pas de phénomènes de gradients thermiques positifs importants mais subissent un gradient de séchage.

Eisenmann a introduit la notion de longueur critique définie comme la longueur dont la courbure due au gradient de séchage ou thermique est entièrement compensé par le poids. Un dallage de longueur supérieure à sa longueur critique est entièrement tuilé. Un dallage qui a une longueur inférieure à sa longueur critique n'est soulevé que de ses bords (figure 14).

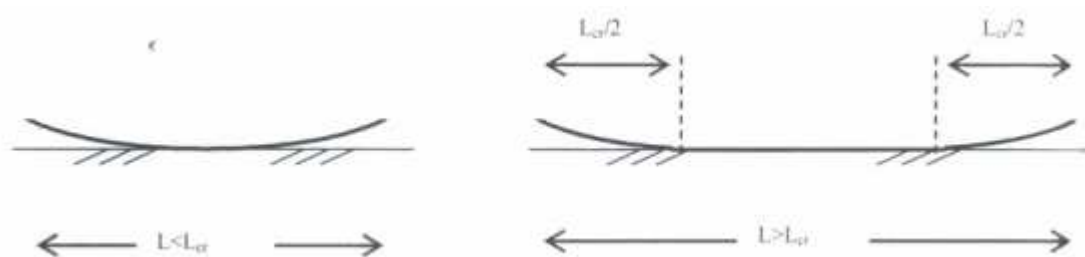


Figure 14 : Longueur critique selon Eisenmann

La longueur critique est obtenue en considérant un moment de flexion fictif qui conduirait à la même courbure que celle due au gradient de retrait. Pour un gradient thermique négatif, Eisenmann et leykauf obtiennent l'expression de la la longueur critique : $L_{cr} = 167 H \sqrt{\alpha \Delta T E}$

- α Coefficient de dilatation thermique du béton ;
- H épaisseur du dallage ;
- ΔT gradient thermique ;
- E module de Young du béton.

Ils ont obtenus une autre expression de la longueur critique en considérant que le retrait est discontinu sur l'épaisseur du dallage. Elle est calculée à partir du moment fictif qui conduirait à la même déformation que le gradient thermique comme il est indiqué sur la figure 15.

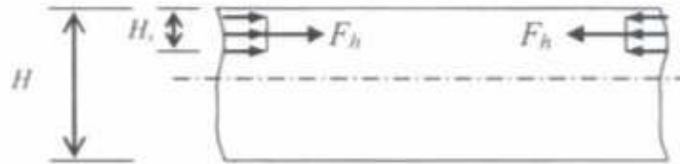


Figure 15 : définition du moment fictif équivalent qui conduirait à la même courbure que le gradient de séchage. Le retrait est supposé affecter le dallage sur une épaisseur H_s

On obtient ainsi

$$L_{cr} = 409.6 \sqrt{\frac{H_s \varepsilon_s (H - H_s) E}{H}}$$

- H_s épaisseur sur laquelle on suppose qu'il y a un retrait de séchage constant ;
- ε_s retrait de séchage du béton réparti uniformément sur H_s .

1.6.7 Limites des modèles précédents

Chaque modèle précédemment exposé présente bien des inconvénients.

On peut résumer ces inconvénients en quelques points :

- La modélisation des sols support en multicouche n'est pas très complète, notamment avec Westergaard, en plus, l'interaction sol structure n'est pas tenue compte.

-L'interface sol structure n'est pas bien modélisée notamment dans les modèles de Westergaard, Pasternak.

-Toute forme de charge n'est pas permise sauf pour les charges circulaires. Ceci concerne le modèle de Burmister.

-Les gradients sont pris en compte par méthodes approchées, généralement, en considérant un gradient équivalent linéaire dans l'épaisseur du dallage. L'évolution du contact dallage fondation, dans le cas où la fondation est déformable est traité en faisant des hypothèses concernant la position des points soulevés.

-Les calculs menés en axisymétrie ne peuvent pas traiter les problèmes de discontinuités des dallages. Un calcul en axisymétrie ne sera intéressant qu'en partie courante.

L'apparition de bords libres ou discontinuités provoque une croissance brutale des contraintes qui ne peut qu'influencer les résultats. La prise en compte de ces discontinuités est primordiale. Dans ce cas, il est nécessaire d'effectuer un passage au calcul tridimensionnel.

Bien qu'elle soit lourde par rapport aux modèles déjà exposés, la méthode des éléments finis en tridimensionnel paraît intéressante.

1.6.8 La méthode des éléments finis

Pour prendre en compte l'effet aggravant des discontinuités des dallages, la méthode française de dimensionnement adopte une démarche ambiguë et non validée. Le premier point faible à reprocher est le fait d'utiliser des coefficients non justifiés pour amplifier les contraintes au niveau des joints. Le deuxième point faible de la méthode de dimensionnement réside dans la prise en compte de l'interaction dallage-fondation seulement à travers un coefficient de frottement ce qui n'est pas suffisant pour décrire le bon fonctionnement de l'interaction qui doit vérifier différents critères à part le frottement.

L'interface est soumise à la fois à des actions normales et tangentielles de cisaillement ; de plus, le contact entre le dallage et l'interface peut varier au cours du temps. De nombreux auteurs se sont penchés sur la résolution du problème de contact entre deux solides par la méthode des éléments finis. L'avantage de cette méthode est de pouvoir discrétiser la

structure en noeuds et de résoudre en équation de déplacements en ces noeuds de maillage.

Ceci permet de suivre la structure en fonction de l'évolution du chargement tout en prenant en compte les discontinuités du système. La méthode de dimensionnement des dallages aux états unis se base essentiellement sur la méthode des éléments finis. En effet, elle vient suite à plusieurs recherches qui datent depuis l'année 1980 et qui ont conduit au développement de quelques codes aux éléments finis spécifiques au dimensionnement des dallages en béton. On peut citer ILLI-SLAB (Tabatabaie et Barenberg, 1980), WESLIQID (Chou, 1981), J-SLAB (Tayabji et Colley, 1983), FEACONS-IV (Choubane et Tia, 1995)....

La prédiction des déformées et des contraintes dans les dallages soumis à un système de chargement quelconque est nécessaire pour leur dimensionnement.

Les modèles utilisés dans ce but ont répondu aux critères suivants :

- Les modèles caractérisent la structure de dallage (corps et sol)
- Il tiennent compte des discontinuités du dallage (fissures et joints...)
- Il tiennent compte des phénomènes de gradient de température et d'hygrométrie influant le comportement du béton.

Dans cette variété de programmes en éléments finis qui est disponible aux états unis pour le dimensionnement d'un dallage, on distingue les plus généraux tels que ABAQUS, ANSYS, et DYNA3D et les plus spécifiques tels que les logiciels indiqués ci-dessus.

Ces programmes et spécialement ABAQUS sont considérés comme très puissants puisqu'on a pu mener des calculs de dallage très réussis et des résultats de recherche très satisfaisants. Ces programmes demandent beaucoup de temps de calcul et des capacités en ressources informatiques énormes, tandis que les autres programmes, fonctionnent avec les modèles Winkler ou dallage sur massif de Boussinesq (ILLISLAB, WESLIQID, KENSLAB) mais demandent moins de temps de calcul.

ILSL2 est une extension de ILLISLAB développé par « ENERES consulting ». Il se distingue des autres programmes par le fait qu'il soit basé sur les équations de la plaque.

Ces logiciels offrent une large gamme de modèles de sol tels que le modèle de Winkler, de Boussinesq, de Pasternak ou Hogg...

L'ensemble des logiciels précédents cités permettent d'analyser la transmission des charges d'un joint à l'autre d'un même dallage (dans le cas d'un modèle 3D) et d'évaluer l'effet d'une distribution linéaire ou non linéaire de la température à travers l'épaisseur du dallage.

Les avantages et les inconvénients des modèles précédents sont discutés dans ce qui suit.

D'une manière générale les modèles par éléments finis se regroupent en deux catégories : les modèles en 2D et les modèles en 3D. Les premiers présentent l'avantage d'être beaucoup plus simples et de présenter une taille de calcul bien inférieure à celle des modèles 3D.

Le principe des modèles bidimensionnels (en axisymétrie et en déformation plane) consiste à assimiler le dallage à une plaque mince. Le support peut être celui de Winkler ou de Boussinesq. Les modèles tridimensionnels s'appuient généralement sur les hypothèses suivantes : le dallage est assimilé à un solide de dimensions finis, le support est un massif stratifié dont les différentes couches ont un comportement élastique.

On peut citer à titre d'exemple des logiciels permettant la modélisation 3D, CESAR développé par le LCPC, le logiciel ABAQUS et PLAXIS-3D. Ces logiciels sont disponibles en France et peuvent être utilisés pour la modélisation des dallages. Nous représentons ici un tableau récapitulatif des possibilités des principaux modèles aux éléments finis d'analyse des dallages (tableau 5).

Dimension	Modèle bidimensionnel						Modèle tridimensionnel		
Nom du modèle	ILLISLAB	J-SLAB	FEACONS	WESLIQID	ILSL2	CESAR-LCPC	ABAQUS	CESAR-LCPC	PLAXIS 3D
Modélisation des joints	Elément de poutre	Elément de poutre	Rigidité de cisaillement K_w , flexion K_0	Efficacité du transfert de chargement $TF=100 \frac{w_{aval}}{w_{amont}}$	Elément de poutre	Rotule Elément SPR	Elément de poutre	Elément RL Elément SPR Rotule	
Modélisation des fissures	Rigidité de cisaillement K_w	Rigidité de cisaillement K_w	Rigidité de cisaillement K_w	Rigidité de cisaillement K_w	Rigidité de cisaillement K_w		Rigidité de cisaillement K_w	Surface de contact avec des frottements	Surface de contact frottante
Modélisation du jeu goujon béton	Non	non	Oui-distance de glissement	Non	Non		oui	oui	oui
Modélisation de l'interaction goujon béton	Ressort d'interaction	non	non	Non	Ressort d'interaction			non	non
Prise en compte du gradient de température	Non	Oui, moment de flexion au bord $M = \frac{E_\alpha \Delta \theta h^3}{12}$	Oui Contraintes thermiques	Oui Calotte sphérique $c = \frac{\alpha \Delta \theta d^2}{2h}$	Non	Oui Contraintes thermiques	oui	Oui-contraintes thermiques Profil de température multilinéaire	non
Décollement	Non	oui	oui	Oui	Oui	oui	oui	oui	non

Tableau 5 : Possibilités des principaux modèles aux éléments finis d'analyse des dallages d'après (Salasca, 1998)

1.7 Conclusion

L'étude bibliographique présentée dans ce chapitre a permis de donner une synthèse des principaux éléments qui vont servir à construire un module spécifique basé sur la méthode aux éléments finis.

Il est clair que le dallage (en plus du fait qu'il soit fragile dans le cas du béton non armé) est une structure très sensible à diverses pathologies et ceci pour deux raisons essentielles : d'une part, ce sont des structures dans lesquelles le béton se trouve en contact avec le sol ce qui induit une interaction de forte cisaillement difficile à évaluer, d'autre part, ce sont les discontinuités présentes dans le dallage qui sont fréquemment le siège de dégradations. Le retrait hydraulique produit une différence de comportement entre la surface et la sous face du dallage. Il s'agit de l'effet de tuilage qui se manifeste par la déformation du dallage par courbure intérieure à concavité vers le haut.

Les méthodes de dimensionnement prennent en compte de tous ces phénomènes mais pas d'une manière exhaustive ce qui a été le sujet de plusieurs discussions dans la profession.

La méthode aux éléments finis semble avoir plusieurs avantages par rapport aux méthodes précédentes puisqu'elle peut permettre de regrouper tous les paramètres se rapportant au retrait, fluage et à la résistance du béton en interaction avec le sol support pour mener des études sous un ou plusieurs chargements de faible ou de longue durée d'application tout en prenant en compte le dallage avec toutes ses dimensions et ses discontinuités.

Il faut insister tout de même sur le fait que plus de 50 % des désordres (source SOCOTEC) sont liés à des problèmes géotechniques en plus des défauts importants d'exécution.

Il faut accorder une attention particulière à l'étude géotechnique qui comprend un travail d'identification des sols et d'évaluation de leur résistance. Si l'on considère dans une première approche que le sol est élastique, il est indispensable de bien évaluer le module élastique d'un sol. On a donné quelques corrélations issues de la recherche notamment où l'étude géotechnique est basée sur les essais pressiométriques couramment utilisés mais moins pertinents et peut être non adaptés pour le cas d'un dallage.

Chapitre II

2 Modélisation du retrait dans un dallage: couplage et étude paramétrique

2.1 Introduction

Le retrait est un phénomène très important dans la vie du béton d'un dallage. En effet, la grande surface sur laquelle les dallages sont construits et leur contact avec le sol, qui crée un gradient d'humidité ou de température entre leurs faces supérieure et inférieure, font que les variations volumiques produites dans le béton sont importantes. Elles doivent être étudiées afin de les quantifier. Elles peuvent commencer dès son gâchage puis au cours de son durcissement et de son séchage. Ces variations dues au retrait sont d'origine chimique, thermique et hydrique.

Chacun de ces retraits peut être à l'origine de différents phénomènes et par la suite dépendre de différents paramètres, mais ces derniers peuvent être liés entre eux puisque les phénomènes à l'origine peuvent interagir entre eux.

Pour leur modélisation, il a fallu considérer ici un couplage entre les paramètres dont ils dépendent.

D'un point de vue mécanique, le retrait est considéré comme une déformation variable dans l'espace de la structure.

Eldabry et Ghali (1995) et Torrenti (1996) considèrent que les sections des structures en béton respectent l'hypothèse de conservation de la planéité des sections (hypothèse de Navier-Bernoulli). Le champ de déformations de retrait étant loin d'être linéaire, l'écart avec la déformation totale linéaire assurant la planéité des sections engendre des contraintes dont l'intensité peut être appréciée comme risque de fissuration. Pour évaluer ces déformations non linéaires, il convient également de suivre les caractéristiques mécaniques du matériau qui évoluent au cours du temps.

2.2 Différents retraits et couplage

Différents retraits rentrant en jeu seront examinés dans ce qui suit.

2.2.1 *Retrait endogène*

Le terme « retrait endogène » désigne une contraction volumique du matériau sans échange d'eau avec l'extérieur. Ce raccourcissement est la manifestation macroscopique du retrait d'origine chimique qui se produit lors de l'hydratation du ciment.

2.2.1.1. *Retrait chimique*

Les réactions d'hydratation du ciment ne se font pas à volume constant. Le volume total des produits d'hydratation est plus faible que le volume de réactifs. On estime que la contraction produite par le retrait chimique est de l'ordre de 10% du volume initial des réactifs anhydres et eau (Acker, 1993).

$$V_{\text{hydrates}} = 0.9 (V_{\text{ciment anhydre}} + V_{\text{eau}}) \quad [1]$$

Cette diminution de volume est connue sous le nom de la « contraction Le Châtelier ». En général, on mesure expérimentalement des raccourcissements inférieurs à ceux donnés par la formule proposée en dessus. Ceci peut être expliqué par le fait que le durcissement rend plus rigide le squelette du béton et s'oppose à ce raccourcissement.

2.2.1.2. *Le retrait endogène d'auto dessiccation*

Au fur et à mesure de l'hydratation (de Larrard, 2002), l'eau part des pores du béton et est remplacé par un gaz dont la pression diminue. Les différences de pression entre le gaz et le liquide sont équilibrées par les mécanismes physiques de tension de surface dont la résultante crée une compression sur le squelette solide, provoquant son raccourcissement.

Le retrait chimique et le retrait endogène se font en même temps lorsque le ciment se trouve en suspension. Ils commencent à diverger lorsque les particules solides et les hydrates entrent en contact. La contraction se trouve gênée par la réaction des grains en contact.

L'ordre de grandeur du retrait endogène peut varier entre quelques dizaines et une centaine de microns par mètre. Il est fortement sensible au rapport E/C (quantité d'eau/quantité du ciment) du béton ; on constate qu'il augmente sensiblement lorsque ce rapport diminue (Granger, 1996). Il est essentiel d'être capable de le maîtriser. Ulm et

Coussy (1996), Garcia-Boivin (2001) et Parrott et al. (1990) ont montré que le retrait endogène est proportionnel au degré d'avancement, par une relation de la forme

$$\varepsilon_{re} = \beta r(t) \quad [2]$$

Pour les bétons de hautes performances, Le Roy et al. (1996) ont modélisé le retrait par le modèle AFREM qui relie le retrait endogène à la résistance à la compression du béton, utilisant une loi exponentielle après 28 jours. Ce modèle est le suivant.

Pour $t < 28$ jours

$$\text{-si } r < 0.1 \quad \varepsilon_{re} = 0$$

$$\text{-si } r > 0.1 \quad \varepsilon_{re} = (R_c(28j) - 20)(2.2 r(t) - 0.2)10^{-6}$$

Pour $t > 28$ jours

$$\varepsilon_{re} = (R_c(28j) - 20)(2.8 - 1.1 \exp(-t/96))10^{-6}$$

avec ε_{re} retrait endogène ;

- R_c résistance à la compression du béton à 28 jours ;

- $r(t)$ degré d'avancement de la réaction d'hydratation ;

- t temps.

Par contre, Laplante (1993) montre, à l'issue d'une étude expérimentale, que le retrait endogène perd sa linéarité en fonction du degré d'avancement élevé supérieur à 0,6.

Par la suite, on utilisera dans ce travail la relation linéaire [2] ci dessus pour le retrait endogène, vu sa simplicité.

Elle dépend du paramètre β qui représente la valeur du retrait endogène final. On expliquera ultérieurement dans ce qui suit les différentes méthodes possibles pour le

déterminer expérimentalement, sachant qu'il peut être exprimé à partir de la formulation du béton (cf. §2.2.1.3).

- Notion du degré d'avancement:

Le retrait endogène est fortement lié à la réaction d'hydratation ; celle-ci peut être caractérisée par un degré d'avancement. Il existe plusieurs modèles pour évaluer cet avancement. Théoriquement, le degré d'avancement est défini à partir du rapport quantité de ciment qui a réagi à l'instant t et à quantité de ciment initiale.

$$r(t) = \frac{C_{mh}(t)}{C_m} \quad [3]$$

avec $-r(t)$ degré d'avancement au temps t ;

$-C_{mh}(t)$ masse de ciment hydraté à l'instant t ;

$-C_m$ masse de ciment initial.

Les mesures relatives aux quantités de ciment se font par diffractométrie. Chimiquement, le degré d'avancement est exprimé par le rapport eau chimiquement liée à l'instant t $W_n(t)$ eau chimiquement liée lorsque l'hydratation est complète W_n (relation [4]).

$$r(t) = \frac{W_n(t)}{W_n} \quad [4]$$

Mécaniquement, les études de Torrenti (1992) ont pu montrer que la résistance à la compression varie linéairement en fonction du degré d'avancement ; celui-ci s'exprime alors par le rapport résistance en compression à l'instant t à la résistance à la compression finale (relation [5]).

$$r(t) = \frac{f_c(t)}{f_{c\infty}} \quad [5]$$

- avec
- $r(t)$: degré d'avancement au temps t ;
 - $f_c(t)$ résistance à la compression à l'instant t ;
 - $f_{c\infty}$ résistance à la compression finale.

Thermiquement, la réaction d'hydratation est exothermique ; elle s'accompagne d'un dégagement de chaleur.

On peut définir le degré d'avancement par la quantité de chaleur à l'instant t , $Q(t)$ et la quantité de chaleur totale issue de la réaction Q_∞ (relation [6]).

$$r_c(t) = \frac{Q(t)}{Q_\infty} \quad [6]$$

On note que la quantité de chaleur est mesurée expérimentalement par un suivi de l'évolution de température en condition adiabatique.

Ce modèle a été retenu par Féron (2002) et a été validé expérimentalement (figure 16). Nous le retenons également, vu qu'il peut être utilisable dans le cadre d'un couplage entre le retrait thermique et le retrait endogène. Les modèles pour ces deux types de retrait seront dépendants seulement de la quantité de chaleur.

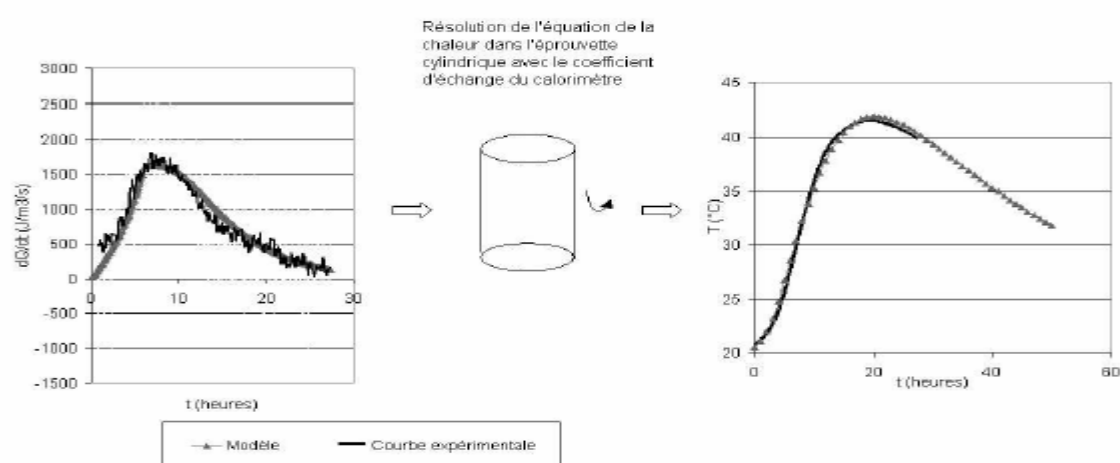


Figure 16 : validation expérimentale du modèle pour retrait endogène d'après Féron (2002)

2.2.1.3. Détermination du coefficient d'hydratation β

D'après Féron (2002), il est recommandé de déterminer ce paramètre expérimentalement, bien que cette détermination soit très délicate, car le retrait endogène commence avant que le démoulage d'échantillons ne soit possible.

Dans son principe, la mesure du retrait endogène consiste à mesurer la déformation d'un béton avant son durcissement. On commence généralement à prendre des mesures dès 24 heures, mais l'expérience montre que les déformations effectuées avant cette date ne sont pas négligeables. Des méthodes ont été mises en oeuvre pour mesurer la variation de volume d'une pâte de ciment. On peut suivre cette variation en plongeant la pâte de ciment dans un récipient d'eau. En supposant que les pores restent remplis d'eau, on mesure la diminution de volume due à la formation des hydrates et non à la contraction des pores due à la dessiccation.

Une autre méthode, spécifique au béton, est celle qui consiste à placer des capteurs de déformations aux extrémités d'une éprouvette conservée dans une moule lubrifié pour éviter les possibilités de frottement. Il existe des capteurs jugés efficaces d'après Carbonari et al. (1996). Ce sont des jauges qui fonctionnent par adhérence grâce à une surface alvéolée.

Dans le cas des dallages, la détermination expérimentale de ce paramètre pourra être lourde ou inaccessible.

Il est possible alors de l'estimer d'après la formulation du béton.

L'intensité de la déformation du retrait endogène dépend du rapport E/C (quantité d'eau / quantité de ciment). Le retrait endogène est particulièrement problématique au très jeune âge des matrices cimentaires à faible E/C et constitue même une condition de fissuration précoce. Mounangua et al. (2007) montrent, à l'issue d'une recherche expérimentale, la variation du retrait endogène sous 72 heures en fonction du rapport E/C pour un ciment PORTLAND (figure 17). On a utilisé pour le mesurer des capteurs verticaux et horizontaux, dont les mesures respectives sont notées H et V. Le ciment

utilisé est de type CEM 1 42,5. Les essais sont réalisés à une température de 20°C.

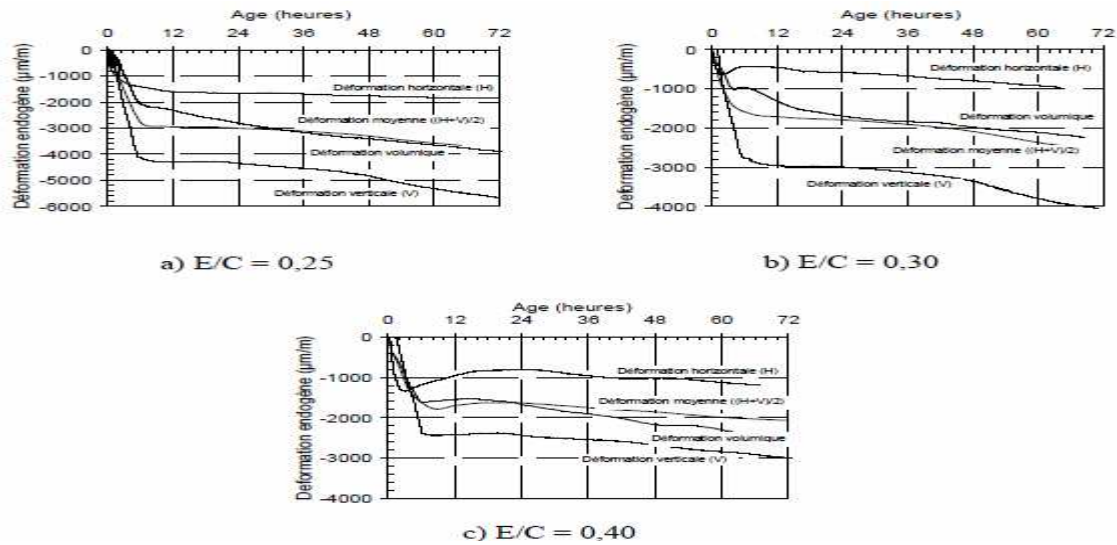


Figure 17 : déformations de retrait endogène en fonction de E/C, (Mounangua et al. 2007)

2.2.2. Retrait thermique

Comme on l'a déjà mentionné la réaction d'hydratation est exothermique. Il a été utile de considérer la quantité de chaleur comme paramètre pour suivre l'évolution de cette réaction. La cinétique de cette réaction est en réalité un peu plus délicate à aborder car elle est thermoactivée (c'est-à-dire accélérée par l'effet de température) selon D'aloia (1998). La prise en compte de l'effet de température sur les caractéristiques du béton est importante. Ceci est montré à l'aide de la loi d'Arrhenius. Elle introduit la notion d'énergie d'activation qui permet de calculer un temps équivalent qui caractérise la maturité du béton. Autrement dit, un béton n'aurait pas les mêmes caractéristiques surtout en terme de résistance s'il est à 30°C que s'il est à 20°C. Le temps équivalent est donné par l'expression suivante :

$$t_{eq} = \int_0^t \exp\left(-\frac{E_a}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right) dt \quad [7]$$

avec - t temps ;

- T température ;

- R constante des gaz parfaits (J/mol/K) ;

- E_a énergie d'activation (J/mol) ;
- T_0 température de référence (293 K).

L'énergie d'activation est supposée indépendante de la température.

Pour calculer l'évolution de la température, on utilise l'équation de la chaleur. Dans le volume on a :

$$\rho C_b \frac{\partial T}{\partial t} = k_b \Delta T + \frac{dQ(t_{eq})}{dt} \quad [8]$$

- ρ (kg /m³) masse volumique ;
- Q quantité de chaleur ;
- C_b (J/kg /K) capacité calorifique ;
- k_b (J/m/s/K) conductivité thermique.

On suppose que la température en surface est égale à la température extérieure.

Le terme $\frac{dQ(t_{eq})}{dt}$ reste à caractériser. Pour cela Féron (2002) a utilisé la relation suivante :

$$\frac{dQ(t_{eq})}{dt} = \frac{dQ(t_{eq})}{dt_{eq}} \frac{dt_{eq}}{dt} \quad [9]$$

$$\frac{dt_{eq}}{dt} = \exp(-E_a / R) \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad [10]$$

Wang et Dilger (1994) proposent une évolution de ce rapport en fonction du temps. Cette évolution est marquée par trois phases : période dormante, période de forte exothermie et période de ralentissement de l'hydratation.

- $t_{eq} < t_0$ (période dormante jusqu'à t_0 , début de l'hydratation)

$$\frac{dQ}{dt_{eq}} = 0$$

- $t_0 < t_{eq} < t_{max}$ (période de forte exothermie, t_{max} paramètre cinétique)

$$\frac{dQ}{dt_{eq}} = \rho C_b w T_{\infty} \frac{(t_{eq} - t_0)}{(t_{max} - t_0)} \quad [11]$$

- $t_{max} < t_{eq}$ (période de ralentissement de l'hydratation)

$$\frac{dQ}{dt_{eq}} = \rho C_b w T_{\infty} \exp(-w(t_{eq} - t_{max})) \quad [12]$$

avec w (s^{-1}), paramètre cinétique et T_{∞} ($^{\circ}C$), élévation de la température dans les conditions adiabatiques (sans échange thermique).

Le modèle précédent conduit à l'allure de dQ/dt_{eq} présentée sur la figure 18.

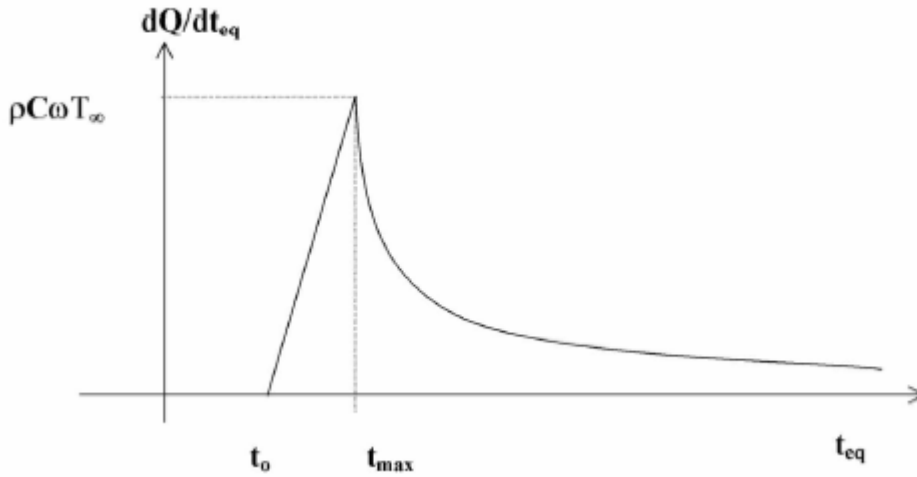


Figure 18 : modèle pour dQ/dt_{eq} , (Féron (2002))

Connaissant la variation du rapport $\frac{dQ}{dt_{eq}}$, l'équation de la chaleur permet de donner la valeur de la température dans le dallage en fonction du temps.

Le dégagement de chaleur provient de la réaction d'hydratation qui engendre un retrait endogène au sein du béton. Le calcul de température, à cause de l'échauffement, est également indispensable pour évaluer le retrait d'origine thermique. La variation, en un point, est proportionnelle à la variation de la température observée en ce point (relation [13]).

$$\varepsilon_{\theta} = \alpha_{\theta} \Delta T \quad [13]$$

Le coefficient de dilatation thermique α du béton durci est de l'ordre de $10^{-5} \text{ m/m/}^{\circ}\text{K}$

Dans le cas de surfaces planes en béton, il est fréquent que des gradients de température soient observés entre la surface et la sous-face du dallage en cas d'ensoleillement ; c'est en particulier le cas des dallages en extérieur. Des gradients de déformations se développent alors dans les dallages imposant à ces derniers une courbure.

Dans le cas d'un dallage sous abri, ce gradient de température est sauf cas particuliers moins accentué ; ces ouvrages ne sont pas soumis à de fortes variations thermiques.

2.2.1 Retrait de séchage

Dès sa mise en contact avec le milieu extérieur, le béton se retrouve en déséquilibre thermodynamique avec l'atmosphère ambiante. L'eau du béton qui n'est pas entièrement consommée par l'hydratation va donc subir une évaporation pour se mettre en équilibre avec l'hygrométrie ambiante. Ce séchage n'est pas instantané, selon Benboudjema et al. (2001), du fait de la complexité du réseau poreux du béton et peut s'étaler sur plusieurs mois, voire plusieurs années selon l'épaisseur de la structure et les propriétés du matériau.

L'eau dans le béton est présente sous plusieurs formes. On distingue l'eau libre dans les pores, l'eau chimiquement liée dans les hydrates et l'eau physiquement adsorbée en surface des grains. L'eau libre est présente dans les pores capillaires et dans les macropores sous forme liquide et gazeuse. L'équilibre dans les pores capillaires entre l'eau liquide et la vapeur d'eau est maintenu par les tensions capillaires développées à l'interface entre les trois phases.

On définit la teneur en eau C comme le rapport entre la masse d'eau dans le béton et la masse sèche du béton. La teneur en eau est définie en chaque point du matériau. Lors du séchage, seule une partie de l'eau du béton est dite « évaporable ». Il s'agit de l'eau libre et de l'eau faiblement liée. Le séchage est défini par rapport à l'eau « évaporable ». Il peut être suivi sur une éprouvette par simple pesée. Le suivi de perte de masse donne accès aux valeurs de la tension en eau. Cette dernière dépend à la fois de l'humidité relative et de la température imposée par le milieu ambiant. A une température T donnée, la relation entre l'humidité relative et la teneur en eau est représentée par une courbe appelée « isotherme désorption ». Cette courbe est obtenue de manière expérimentale pour une humidité relative donnée de l'air ; on mesure la teneur en eau à l'équilibre par pesée. La mesure est faite point par point en imposant des valeurs successives d'humidité relative de l'air. Parmentier (2002) considère que la détermination des courbes de sorption est relativement longue car le processus mis en jeu pour atteindre de l'équilibre hygrométrique avec le milieu ambiant est un processus de diffusion ; par conséquent, la mise en équilibre est longue et dépend de l'épaisseur de l'échantillon (figure 19).

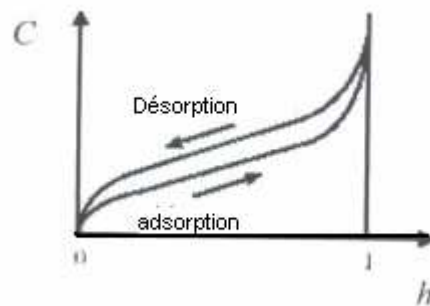


Figure 19 : représentation schématisée des isothermes de sorption

La décomposition du processus de transformation d'eau dans le béton est issue des travaux de Baroguel-Bouny (1994). L'eau dans le béton peut passer à l'état liquide ou à l'état gazeux. Pour modéliser ces transferts, Baroguel-Bouny utilise deux lois :

- Loi de Darcy pour le transfert de l'eau à l'état liquide. Elle donne l'expression du flux massique d'eau à l'état liquide :

$$J_l = -\rho_l K_l \text{grad} P_l \quad [14]$$

avec : - J_l flux massique d'eau liquide ;

- ρ_l masse volumique de l'eau liquide ;

- K_l perméabilité à l'eau liquide du solide poreux ;

- P_l pression d'eau liquide.

- Loi de Fick : transferts de l'eau à l'état gazeux

La loi de Fick donne la transformation en flux de vapeur d'eau en fonction de la teneur en eau C :

$$J_v = -D_{cv} \text{grad} C \quad [15]$$

avec : - J_v flux massique de vapeur d'eau ;

- D_{cv} coefficient de transfert de masse de vapeur d'eau ;

- C teneur en eau.

L'équation de transfert de l'eau dans un milieu poreux peut donc s'écrire sous la forme globale, d'après Coussy (2001), avec C , teneur en eau :

$$J = -D \text{grad} C \quad [16]$$

Avec $J = J_l + J_v$ et $D = D_{cv} + D_{cl}$ avec D_{cl} coefficient de transfert d'eau liquide

La conservation de la masse mène à l'équation de diffusion.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}(D(C) \text{grad}(C)) \quad [17]$$

Cette équation traduit le caractère non linéaire de la diffusion de l'humidité dans le béton. Notons que le coefficient de diffusion D est une caractéristique du matériau qui dépend fortement de la teneur en eau. Nous retiendrons la formule proposée par Granger et al. (1997).

$$D(C)=A\exp(bC) \quad [18]$$

Les constantes A et b sont des fonctions de la formulation du béton, qu'il est possible de caler à partir de courbes de séchage obtenues sur éprouvettes en laboratoire. Selon Granger et al. (1997), la valeur de b peut être prise comme constante (b=0.05).

2.2.3.1. Résolution de l'équation de diffusion

Le problème de diffusion (relation [17]) a été résolu dans la littérature en appliquant :

➤ Les conditions initiales :

On suppose qu'à la mise en contact du béton avec le milieu ambiant, le séchage n'a pas commencé, on a donc en tout point :

$$A \ t=t_0, \ C=C_0 \quad [19]$$

La teneur en eau initiale dans le béton est déduite de sa formulation. C'est la différence entre la quantité d'eau totale et la quantité d'eau réagissant avec le ciment en début de réaction.

➤ Les conditions aux limites :

On suppose qu'au niveau de la ou des surfaces d'échange, les conditions aux limites sont données par la valeur du flux d'humidité (condition de Neumann). Le flux d'humidité transféré s'écrit d'après Shimomura et Maekawa (1997) :

$$J_e = f_h (e - e_{eq})$$

- J_e flux de concentration en eau ($\text{kg}/\text{m}^3\text{ms}^{-1}$) ;

- f_h coefficient d'échange d'humidité (m/s) à la frontière ;

-e Masse d'eau à la surface du béton (kg/m^3) ;

- e_{eq} Masse d'eau en équilibre avec l'atmosphère (kg/m^3).

Shimomura exprime le coefficient f_h comme une fonction de l'humidité relative de l'air au voisinage de la surface et de la diffusivité de l'eau dans le béton.

Granger (1996) propose une expression de J_e en fonction de la teneur en eau :

$$J_e = \frac{0.5\beta_B}{(C_0 - C_{eq})^2} [C - (2C_0 - C_{eq})] (C - C_{eq}) \quad [20]$$

- C_{eq} Concentration en eau pour une humidité de 50% ;
- C_0 Concentration en eau pour une humidité de 100% ;
- C Concentration courante sur les surfaces d'échange (inconnue) ;
- β_B coefficient d'échange.

Pour une surface étanche, on prend $\beta_B=0$. Pour une face séchante, Mensi (1988) prend ce coefficient égal à $3.41557 \cdot 10^{-9}$. Il peut évoluer suivant la fissuration de la surface d'échange ; il est alors déterminé expérimentalement. Pour plus de détails, on peut se référer à Granger (1996).

La résolution du problème utilisant ce type de conditions aux limites se fait généralement par éléments finis. Elle a été mise en œuvre par Debruyne et Ciere (2001) dans le code ASTER de calcul par éléments finis développé par EDF.

Un autre type de conditions aux limites est parfois utilisé car plus simple à mettre en œuvre dans les calculs. Il s'agit d'une condition de Dirichlet sur la valeur de la concentration en eau au niveau de la surface d'échange,

$$t=\infty, C=C_{eq}, \quad [21]$$

C_{eq} valeur de la teneur en eau à l'équilibre hydrique.

Cette condition aux limites permet une résolution simple du problème de diffusion par la méthode des différences finies. C'est cette condition aux limites que l'on retiendra ici, pour

notre modèle. Toutefois, comme le souligne Granger (1996), cette condition traduit beaucoup moins la réalité physique que la condition en flux (équation [20]).

Remarque : Le problème peut aussi s'écrire et se résoudre en humidité relative h (Granger, 1997). L'avantage de la résolution en teneur en eau est qu'il est facile de suivre son évolution de manière expérimentale au cours du temps par une mesure de perte de masse. Les grandeurs C et h reliées par les isothermes de sorption (figure 19). La résolution du problème de diffusion montre que le séchage est un phénomène qui dépend de la dimension des éprouvettes. On constate que le temps de séchage varie comme le carré de l'épaisseur de la pièce de béton considérée. Ainsi, un dallage de 15 cm sèchera $(15/10)^2$ fois, soit plus de deux fois plus lentement, qu'un dallage de 10 cm d'épaisseur. Le temps de séchage des dallages peut vite devenir très long et s'échelonner sur plusieurs années.

L'écriture du problème de diffusion en teneur en eau est ainsi la suivante dans le volume :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}(D(C)\text{grad}(C)) \text{ avec } D(C) = A \exp(bC) \quad [23]$$

$$t = \infty, C = C_{eq}$$

$$t = 0, C = C_0 = E - \gamma r_0 C_m$$

- C_0 valeur initiale de la teneur en eau, déduite de la formulation du béton ;
- C_{eq} valeur à l'équilibre de la teneur en eau correspondant à la stabilisation des courbes de perte en masse pour une humidité relative donnée ;
- r_0 valeur du degré d'avancement de la réaction au début de séchage ;
- γ proportion massique d'eau réagissant avec le ciment ;
- C_m dosage en ciment (kg/m^3).

2.2.3.2. Calcul de la déformation de séchage au cours du temps

Granger (1997) a montré que pour des humidités relatives supérieures ou égales à 50%, on peut considérer que la déformation de retrait de séchage ε_h , en un point donné, est

proportionnelle à la variation de la teneur en eau ΔC , obtenue par résolution du système précédent (équation [20]) : $\varepsilon_h = k\Delta C$ [25] ; avec k (m^3/kg) le coefficient de retrait hydrique

On obtient généralement la valeur de k de manière expérimentale. Il a été admis qu'il est possible d'accéder à la loi locale, énoncée précédemment à partir de la courbe de la déformation totale d'une éprouvette soumise au séchage, exprimée en fonction de la perte de masse de cette éprouvette. On démontre qu'en supposant que le béton a un comportement élastique et que les sections restent planes après déformation, le coefficient de proportionnalité k_{pdm} entre la déformation de séchage et la perte de masse (figure 20) est le même que le coefficient local reliant la déformation de retrait à la variation de la teneur en eau. On a $k = k_{\text{pdm}}$.

En pratique, le coefficient de retrait hydrique est calculé directement à partir de la courbe expérimentale du retrait de dessiccation en fonction de la perte de masse. Cette courbe présente, en général, en trois branches (figure 20) ; la première et la dernière branche correspondant respectivement à l'ouverture et à la fermeture de la microfissuration. Le coefficient k_{pdm} est la pente de la partie linéaire (branche n°2). Le plus souvent, on l'exprime en m^3/kg , la perte de masse étant exprimée en pourcent de la masse. Notons que la valeur de ce coefficient dépend fortement du rapport E/C du béton et que sa valeur est d'autant plus grande que le rapport E/C du béton est faible.

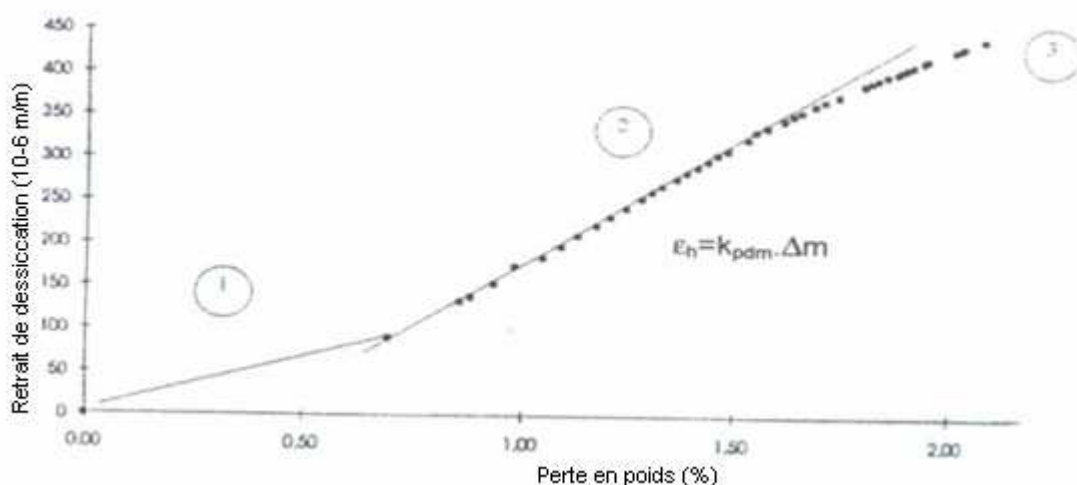


Figure 20 : Courbe de retrait de séchage en fonction de la perte de masse, Granger (1996)

2.2.4. Couplage

Nous avons vu que dès la phase plastique, le retrait du béton peut induire des sollicitations pouvant être responsables de fissurations du matériau. Dans le cadre de cette étude, on se concentrera sur la fissuration susceptible de se produire à long terme, sous l'effet des retraits de séchage et/ou thermique. A l'état durci, les différentes variations volumiques auxquelles est soumis le béton ne se font pas librement dans les conditions de structure (appuis et contact avec d'autres matériaux). On distingue deux configurations favorables au développement de contraintes dans le matériau : les déplacements ou déformations gênés ou bloqués par les conditions de structure et la non uniformité des déformations sous l'effet des différents moteurs du retrait dans les conditions aux limites imposées (non uniformité des champs de température et d'hygrométrie).

Ainsi, on peut définir, d'une part, une déformation libre et, d'autre part, une déformation effective. La déformation libre, somme des retraits endogène, thermique et de séchage se calcule à partir du degré d'hydratation et des profils de température et de teneur en eau. La déformation effective est la déformation effectivement mesurée dans les conditions de structure qui s'opposent partiellement au retrait. Si on désigne par ε_T la déformation effective correspondante, en un point donné, la déformation subie par l'élément de structure considéré, on peut écrire :

$$\varepsilon_T = \varepsilon_r + \varepsilon_m \quad [26]$$

où ε_r désigne la déformation totale due aux différents retraits, soit la somme des déformations endogènes ε_{re} , de séchage ε_h et thermique ε_θ :

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{re} + \varepsilon_h + \varepsilon_\theta \quad [27]$$

et ε_m désigne la déformation mécanique au sens strict, c'est-à-dire la déformation que le matériau verra s'il n'était soumis qu'à la seule histoire des contraintes existantes. En prenant le cas où le matériau peut être supposé élastique, cette déformation est alors une déformation élastique $\varepsilon_m = \varepsilon_e$. Elle se traduit par le développement dans le matériau d'une contrainte dont on peut calculer l'évolution au cours du temps :

$d\sigma(t) = E(t)d\varepsilon_e(t)$ [28] avec $E(t)$ module de Young du béton en fonction du temps t .

Dans le cadre des dallages en béton, dont l'épaisseur est mince, on peut considérer que lorsqu'un gradient de déformation est imposé dans l'épaisseur, les sections droites restent planes (sauf au voisinage immédiat des joints).

Cette hypothèse a été vérifiée par Van Ginderachter et Parmentier (2003) qui ont mesuré la déformation de retrait en différents points de l'épaisseur d'un dallage expérimental, en fonction des conditions de température et d'humidité. Les mesures ont fourni des profils de déformation linéaires comme on peut l'observer sur figure 21.

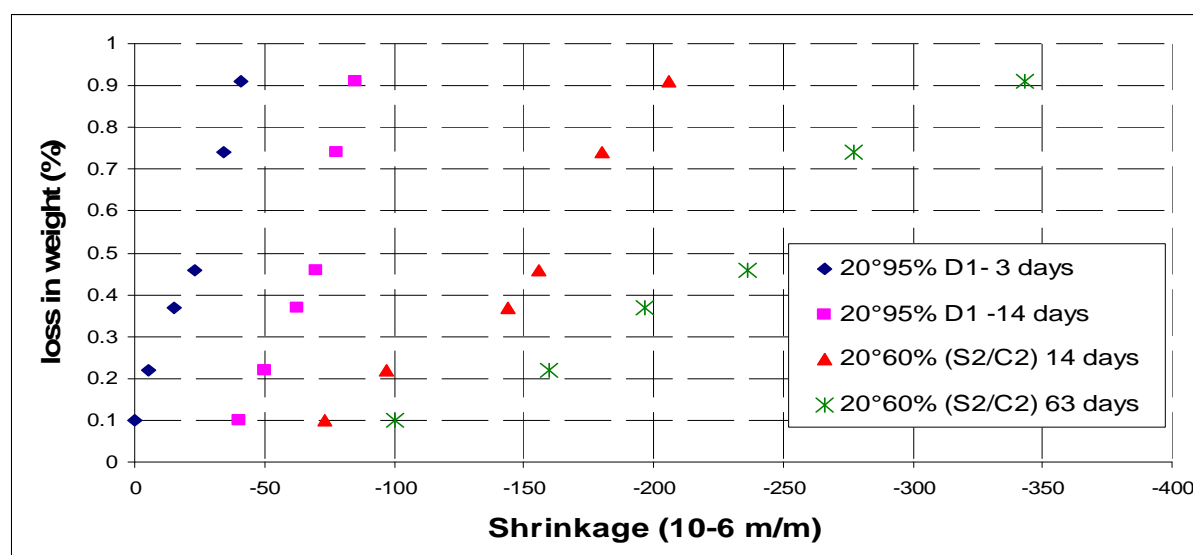


Figure 21 : gradient de retrait sur la hauteur d'un dallage expérimental coulé sur sable (Parmentier, 2002)

La déformation effective ε_T peut s'écrire comme une fonction affine de l'épaisseur. La déformation de retrait due à un gradient de teneur en eau ou de température dans l'épaisseur est proportionnelle à un retrait. Une déformation d'origine mécanique vient donc compenser ces déformations de retrait linéaires dans l'épaisseur. Les contraintes mécaniques qui en résultent sont appelées « autocontraintes ». On propose de calculer l'amplitude de ces autocontraintes notées σ_a en écrivant l'équilibre de la section à l'instant du calcul. Entre les instants t et $t+dt$, un incrément de déformation de retrait induit en imposant la planéité de la section, un incrément dans la déformation mécanique. Ce dernier

se traduit par incrément de contrainte $d\sigma_a$ que nous pouvons exprimer en fonction du module d'Young à l'instant t , $E(t)$:

$$d\sigma_a = E(t)d\varepsilon_{e,a} = E(t)(d\varepsilon_T - d\varepsilon_r) = E(t)(da_z + db - d\varepsilon_r) \quad [29]$$

en posant $\varepsilon_T = az + b$, avec z la cote sur l'épaisseur du dallage.

En écrivant que la résultante des efforts normaux et les moments sont nuls dans la section, on obtient le système d'équations suivant que l'on peut résoudre pour trouver da et db .

$$dN = \int_0^H E(t)d\sigma_a dy \quad [30]$$

$$dM = \int_0^H E(t)d\sigma_a (y - H/2)dy \quad [31]$$

Si on néglige la variation de E sur la section, celle-ci étant de faible épaisseur, l'avancement de la réaction varie peu d'un point à l'autre du cœur à la surface. Dans ce cas $a(t)$ et $b(t)$ pourront être calculés directement par une régression linéaire de $\varepsilon_r(t)$. En l'absence d'efforts extérieurs gênant la structure (frottement, encastrement ou chargement), la structure se déforme librement selon la déformation $\varepsilon_T = az + b$ (figure 22).

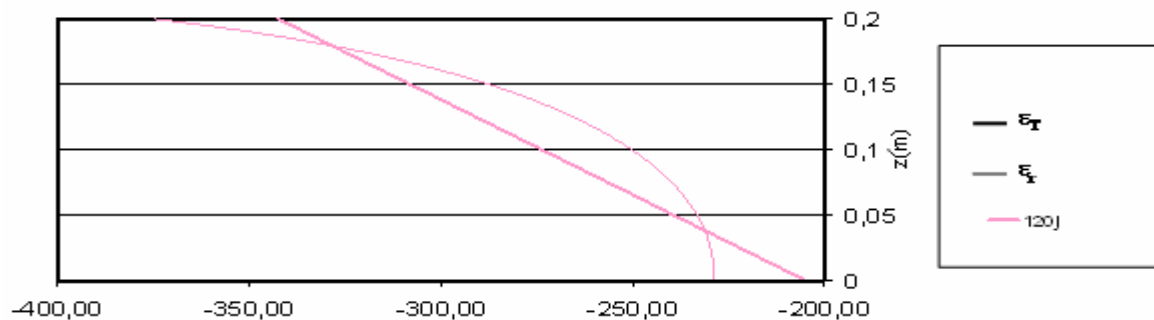


Figure 22 : Exemple d'évaluation des déformations de retrait total et mécanique sous l'effet de séchage simulé avec le modèle ($C_0=90 \text{ kg/m}^3$, $C_{eq}=30 \text{ kg/m}^3$, $A=3 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$, $k=4 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m}^3$, équation [23])

2.3. Etude paramétrique

A présent on dispose de tous les éléments nécessaires pour calculer les déformations de retrait d'un dallage en fonction du temps et de l'épaisseur. La liste des paramètres est longue pour cette évaluation. A travers une étude paramétrique, on montrera numériquement l'influence de ces paramètres sur les déformations. Mais tout d'abord, on expliquera à travers une étude expérimentale réalisée en Bourgogne sur des dallages en vraie grandeur la manière avec laquelle on peut déterminer ces paramètres.

2.3.1. Etude expérimentale sur les dallages faite en Bourgogne

L'entreprise POULETTY a consenti à céder un hangar de dépôt de matériel pour la construction des dallages expérimentaux. Ce hangar, de grande surface environ 450 m², est couvert. Le projet réalisé en 1992 comprenait donc deux bandes parallèles de dallages de chacune de 5 m de largeur et de 45 m de longueur.

Les bandes sont constituées comme suit (figure 23) :

- dallage n°1 : dallage en béton ordinaire, non armé, de dimensions 5×15 m avec deux joints sciés ;
- dallage n°2 : dallage en béton ordinaire, avec un lit inférieur d'armature en treillis de dimensions 5×15 m avec deux joints sciés (section d'acier 5,2 cm²/m) ;
- dallage n°3 : dallage en béton ordinaire, avec deux lits d'armature en treillis de dimensions 5×15 m sans joints sciés (section d'acier 5,2 cm²/m au total) ;
- dallage n°4 : dallage de dimensions 5×15 m en béton de fibre d'acier DRAMIX au dosage de 30 kg/m³ sans joints sciés ;
- dallage n°5 : dallage de dimensions 5×15 m en béton de fibre d'acier DRAMIX au dosage de 50 kg/m³ sans joints sciés ;
- dallage n°6 : dallage de dimensions 5×15 m constitué en épaisseur d'une couche de 16 cm de béton ordinaire et d'une couverture de 4 cm en béton de fibres de fonte ductile Pont à Mousson de fibres au dosage de 30 kg/m³ sans joints sciés.

L'épaisseur du dallage est de 20 cm selon le dimensionnement à partir des règles professionnelles (1991).

Tous les bétons ont été dosés à 300 kg de ciment par mètre cube, avec une quantité d'eau et une addition de fluidifiant permettant une maniabilité convenable. Pour le béton renforcé de fibres, il a fallu augmenter le dosage en eau pour obtenir une ouvrabilité correcte, ce qui a conduit à augmenter le dosage en ciment à 400 kg par mètre cube.

La figure 23 représente les différentes parties du projet avec les différents instruments mis en place pour faire des mesures.

Ces dallages sont instrumentés pour faire des mesures au cours de la cure du béton, pendant une période d'environ 4 à 5 mois sans aucun chargement.

Ces mesures comprennent :

- des mesures du retrait hydraulique du béton par le contrôle de l'ouverture des joints de construction et de l'ouverture des joints sciés. Sur les joints de construction, il y a 13 témoins répartis sur 5 joints ; ce sont les témoins numérotés 1-2-3, 9-10-11, 18-19, 20-21-22, 23-24. Sur les joints sciés des dallages 1 et 2, il y a 11 témoins répartis sur 4 joints, témoins numérotés 4-5-6,7-8, 12-13-14, 15-16-17 ;

- des mesures de l'évolution des déformations relatives dues au retrait à la surface et à la base des dallages grâce à des témoins à cordes vibrantes implantés en dix points.

(En fait ces témoins à cordes vibrantes étaient destinés à la mesure des déformations sous l'action des charges roulantes, à la base et à la surface des dallages, mais ils étaient utilisés pendant les premiers mois de coulage avant le passage de ces charges roulantes pour mesurer les déformations possibles sous l'effet du retrait hydraulique et thermique.)

- Des mesures d'humidité (teneurs volumiques en eau) par sondes résistives ;

- Et d'autres mesures concernant la pente prise par les bordures au cours de l'évolution du retrait, le contrôle de la planéité de la surface du dallage, l'auscultation dynamique,

déterminant la vitesse de la propagation d'impacts dans le béton, et la mise en circulation des charges constituées par les roues de chargement.

Ces dernières mesures ne vont pas être considérées dans ce qui suit. Seules les mesures concernant le retrait vont être prises en compte et, ceci, seulement pour les dallages non armés. On rappelle que le béton renforcé en fibres est considéré comme un béton non armé ; on pourra donc appliquer notre modèle (équation [27]) à ce type de béton.

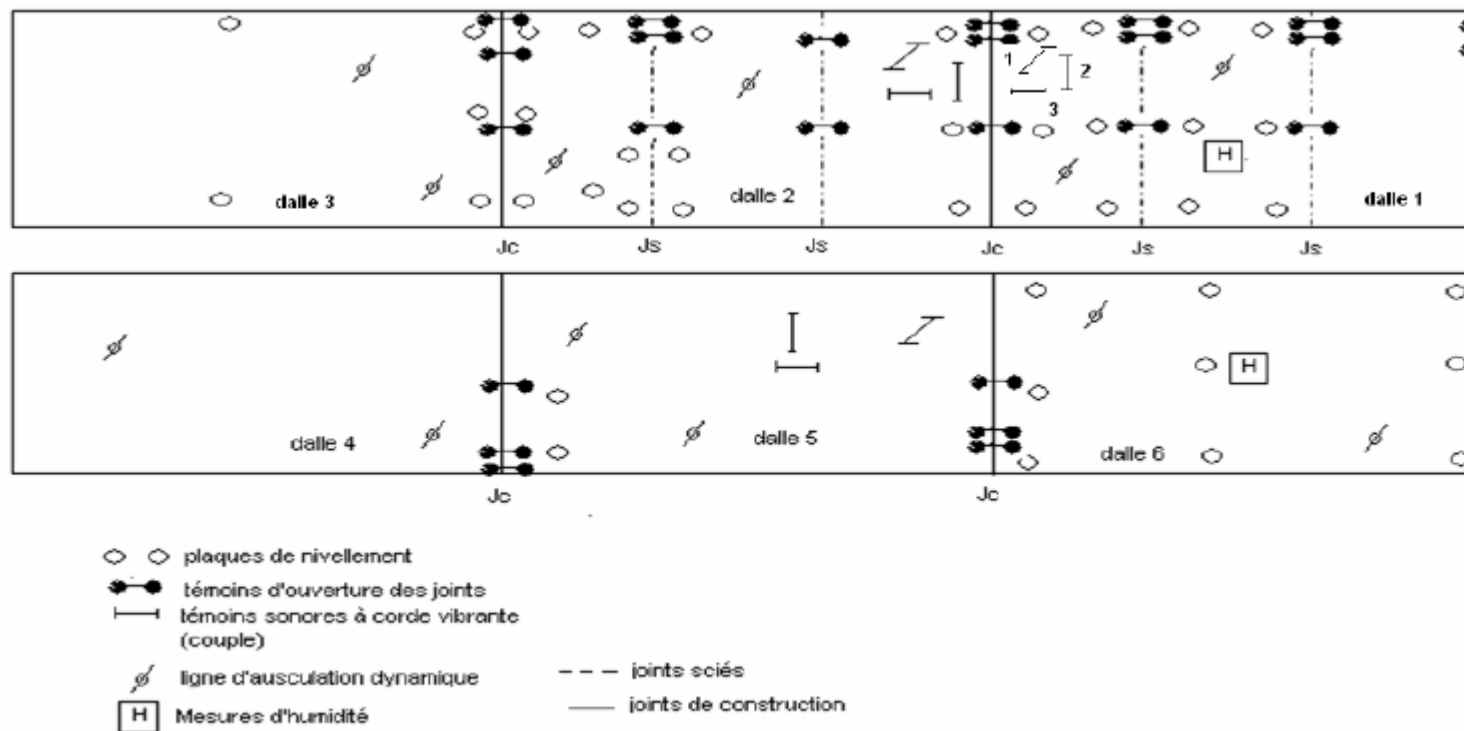


Figure 23 : Plan du dallage de la campagne expérimentale réalisée en Bourgogne en 1991

On s'intéressera aux témoins 1h et 1b dans le dallage n°1 en béton non armé, 4h et 4b dans le dallage n°5 en béton renforcé en fibres. Les témoins 2 et 3 sont aussi placés dans le dallage 1 en béton non armé mais donnent à peu près les mêmes déformations à la surface et à la base bien qu'ils soient placés en des emplacements différents, comme on peut le voir sur la figure 24. Ceci confirme l'hypothèse qu'il n'y a pas de direction préférentielle pour le retrait dans le plan ; il ne dépend alors que de la cote z dans l'épaisseur du dallage. On se contente alors de traiter le cas du témoin 1 pour le dallage 1. Ceci s'applique aussi pour le dallage 5. On se contente donc de ne traiter que le témoin 4 pour le dallage 5 en béton de fibre, également.

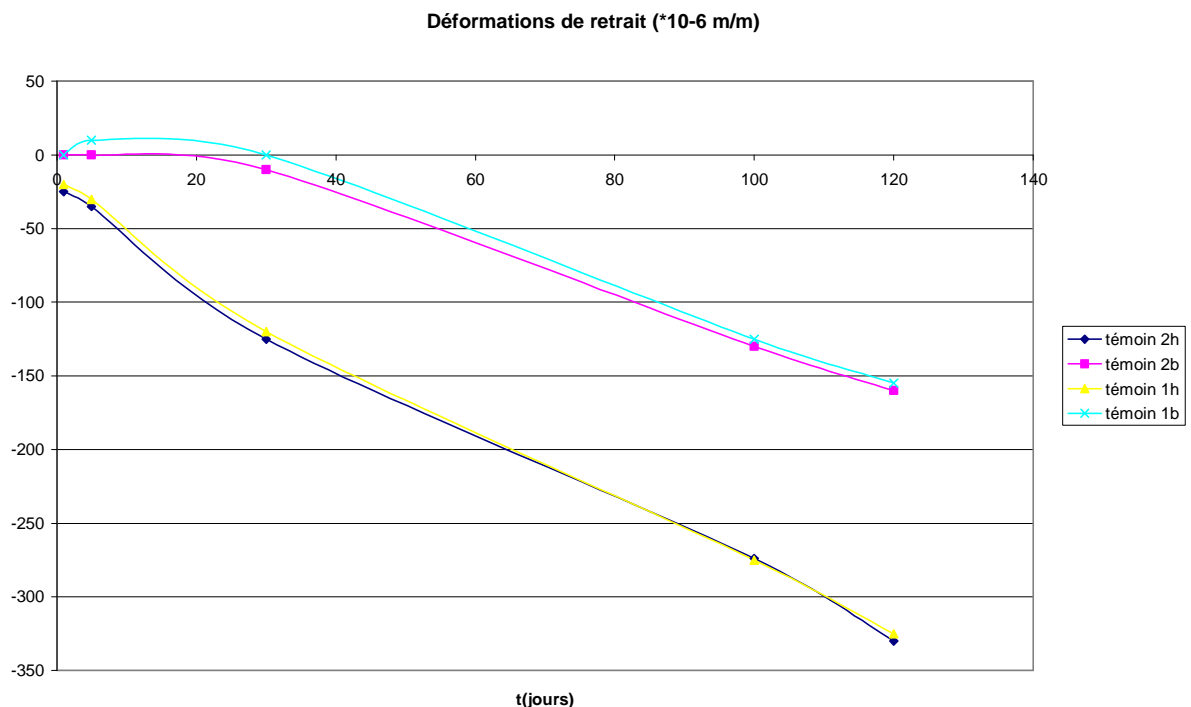


Figure 24 : Mesures de déformations de retrait dans différentes directions (témoin 1 et 2) dans le dallage 1

Le but de cette étude est de résoudre le problème de diffusion dans les conditions de cette expérimentation, en n'oubliant pas que l'on a mis en place un produit de cure, ce qui diminuera le séchage à la surface des dallages (au jeune âge).

Pour les différents bétons, on doit déterminer la teneur initiale en eau C_0 (kg/m³), la teneur en eau finale C_{eq} (kg/m³), A (m²/s) la vitesse de diffusion et k le coefficient de

compressibilité (m^3/kg). On va supposer que la température reste constante, égale à 20°C , et que le retrait endogène final est égal à $100 \cdot 10^{-6} \text{ m/m}$.

On doit également déterminer le rôle de la cure sur le processus de séchage. La loi de Fourier, pour la résolution de l'équation de la diffusion, donne la loi de séchage [22] en surface :

$$D(C) \frac{\partial C}{\partial n} = f(C_0 - C_{eq}) \quad [22]$$

avec f coefficient d'échange dépendant de conditions extérieures en m/s . La cure réalisée en début de séchage agit sur deux paramètres : la quantité d'eau évaporable qui diminue, ce qui réduit le différentiel entre C_0 et C_{eq} et la résistance à la traction qui augmente ; on comprendra mieux ici en quoi la cure est fortement recommandée pour éviter les fissurations surtout en surface. En absence de cure, la surface n'est en contact qu'avec l'air ; f est infini et C est égal à C_{eq} .

2.3.1.1. Témoin 1

Pour évaluer les déformations du retrait du béton instrumenté par le témoin 1, en utilisant le modèle (équation [23]), il faut déterminer les paramètres suivants :

- Teneur en eau initiale C_0 :

Elle est connue à partir de la formulation du béton. On rappelle que $C_0 = E - \gamma r_0 C_m$ (équation [23]).

avec

- E quantité d'eau initiale ;
- r_0 valeur du degré d'avancement de la réaction au début de séchage ;
- γ proportion massique d'eau réagissant avec le ciment ;
- C_m dosage en ciment (kg/m^3).

- Eau évaporable

L'évolution du degré d'humidité dans chaque dallage a été suivie en parallèle avec celle de la déformation de retrait. On dispose d'une sonde résistive de mesure d'humidité notée H sur la figure 23 dans le dallage 1.

A l'équilibre, le dallage se trouve à environ 50% d'humidité relative. Pour estimer la teneur en eau correspondante, on utilise la courbe de désorption (figure 25). Cette courbe correspond à la teneur de ce béton de ciment, qui est de 300 kg/m³.

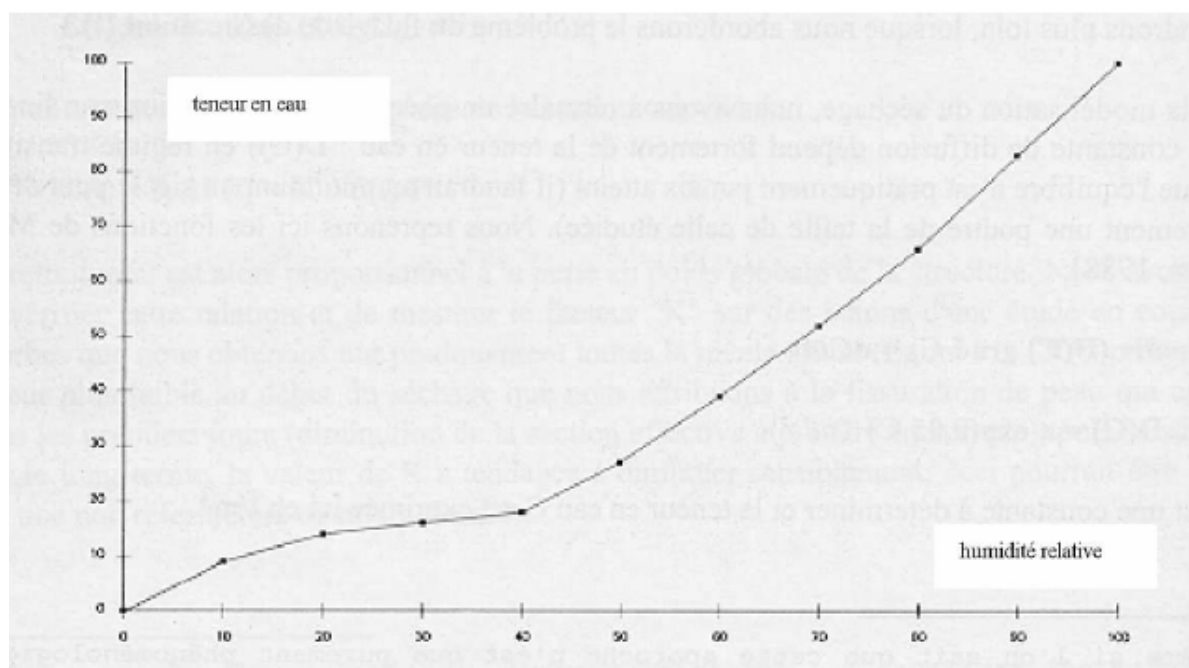


Figure 25 : Courbe de désorption pour un béton dosé à 300 kg/m³ de ciment
(Pihlajavaara, 1982)

A 50% d'humidité relative, la teneur en eau correspond à 30 kg/m³. La perte de masse est de l'ordre de 2,6%, d'après une étude préliminaire des bétons de laboratoire fournie en annexe de l'étude expérimentale des dallages. La perte de masse se mesure tout simplement en suivant l'évolution de la masse d'une éprouvette en fonction du temps.

La masse volumique du béton est de 23,5 kN/m³. La variation de la teneur en eau est de $(2,6 / 100) * 2350 = 61,1$ kg/m³. Ce qui permet de trouver la teneur en eau évaporable initiale,

égale à $30+61=91 \text{ kg/m}^3$. L'eau restante est $165-91=74 \text{ kg/m}^3$ réagit avec 300 kg/m^3 , ce qui signifie un taux de réaction de 25%.

Connaissant les valeurs initiale et à l'équilibre de la teneur en eau, on peut estimer le coefficient de compressibilité hydrique. En effet la déformation de séchage est liée à la teneur en eau par la relation suivante : $\varepsilon_h = k\Delta C$

Les mesures expérimentales donnent une valeur du retrait du béton à 120 jours égale à $325 \mu\text{def}$ (figure 34). On estime le coefficient de compressibilité k au rapport $\varepsilon_h / (C_0 - C_{eq})$

$$= 325 / (91-30) = 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Il reste alors à déterminer la vitesse de diffusion A , sachant qu'il y a une autre inconnue à considérer, qui est le coefficient d'échange f . Ces deux paramètres ne peuvent pas être déterminés expérimentalement. On peut résoudre l'équation de diffusion pour différentes valeurs de A en fixant la valeur de f .

A titre d'exemple, si on prend $f = 0,6 \text{ mm/jour}$ on trouve $A = 8 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$.

En utilisant les valeurs des paramètres précédents, on obtient les déformations de retrait en fonction de la cote z dans l'épaisseur du dallage, à un jour, 30 jours et à 120 jours données par le modèle (figure 26).

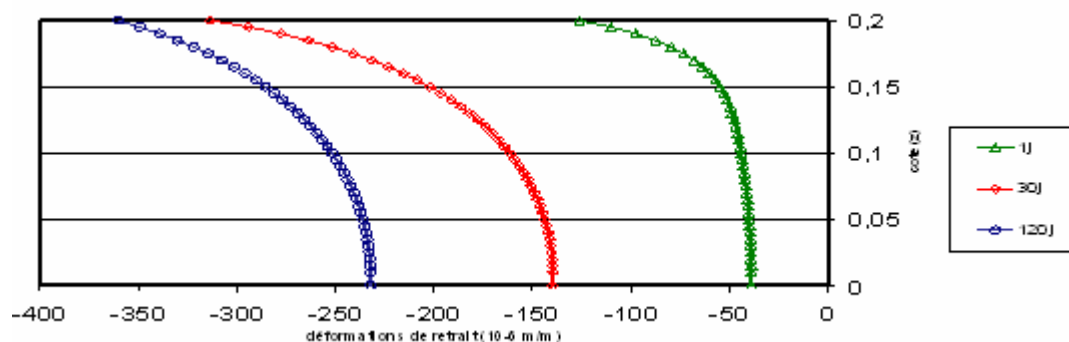


Figure 26 : déformation de retrait donné par le modèle pour le béton du témoin 1

On peut prévoir les déformations de retrait à long terme ; on a donc calculé le retrait depuis un an jusqu'à dix ans (figure 27).

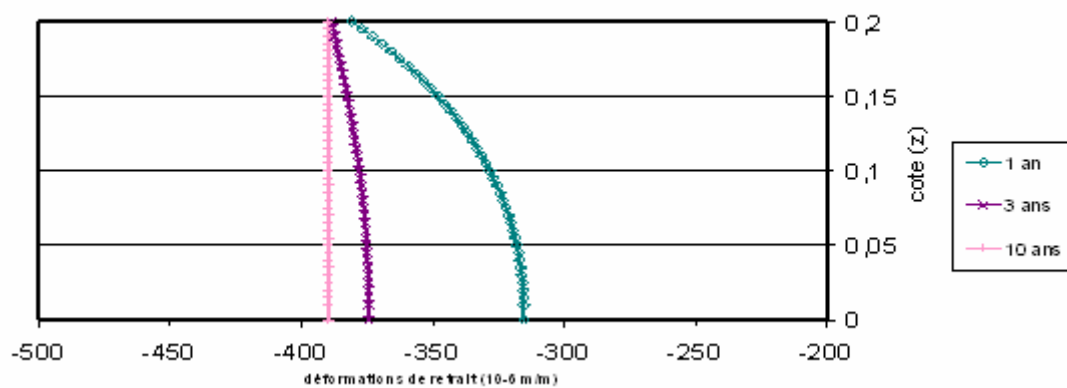


Figure 27 : déformations de retrait à long terme en fonction du temps du béton du témoin 1

Les courbes de déformations de retrait obtenues expérimentalement sont données à la base et à la surface du dallage, comme l'indique le détail du témoin 1 sur la figure 28.

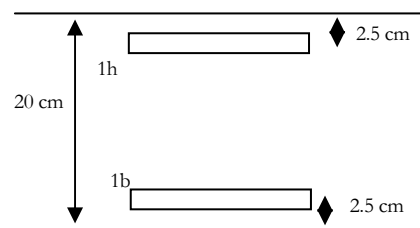


Figure 28 : Détail du témoin 1

Les déformations de retrait mesurés par les témoins, respectivement aux cotes $z=2,5$ cm et $z=17,5$ cm ainsi que les déformations de retrait données par le modèle pour les mêmes cotes sont présentées sur la figure 29.

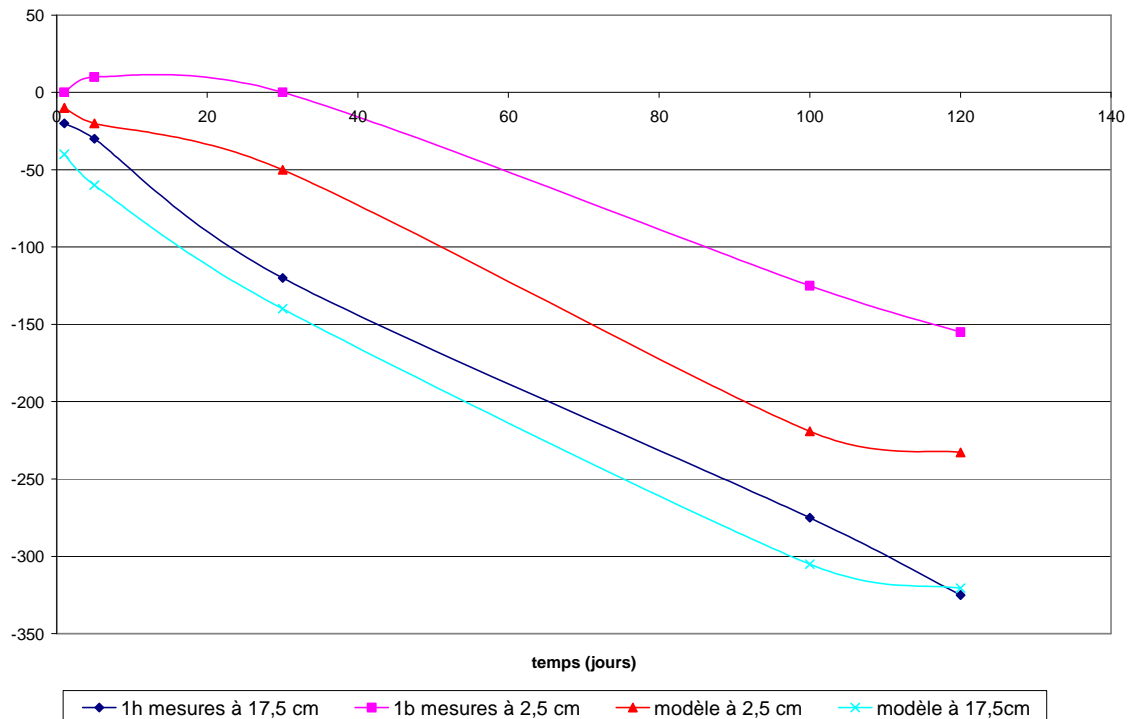


Figure 29 : Déformations de retrait (10^{-6} m/m) données par le modèle et mesures expérimentales pour le témoin 1

Les différences trouvées entre les déformations de retrait à la base du dallage données par le modèle et celles mesurées expérimentalement peuvent être jugées non négligeables.

En effet, la déformation de retrait trouvée expérimentalement à la base du dallage est inférieure à celle donnée par le modèle, qui suppose que le retrait du béton de la structure se fait librement alors qu'il est réellement gêné par l'existence du frottement du sol sous-jacent.

De plus, expérimentalement, on suppose que les déformations de retrait sont négligeables avant 24 heures de la construction du béton alors que le modèle donne environ $50 \cdot 10^{-6}$ m/m de retrait endogène à la date de 1 jour à la surface du dallage.

2.3.1.2. Témoin 4

Pour le cas du dallage 5 qui est coulée en béton renforcé de fibre, la même procédure de calage de paramètres du modèle va être suivie. La particularité du béton renforcé de fibres est qu'il est fortement dosé en ciment et en produits de cure pour sa bonne mise en œuvre.

Ceci réduira le retrait endogène, mais dans ce cas, on devra supposer, par manque d'information, la valeur de $100 \mu\text{def}$ de retrait endogène final.

On se propose de déterminer les paramètres du modèle (équation [23]) du béton instrumenté par le témoin 4 comme suit :

- Teneur en eau initiale

Elle est connue à partir de la formulation du béton. On rappelle que $C_0 = E - \gamma r_0 C_m$

- Eau évaporable

Il n'y a pas de sondes résistives dans le dallage 5 ; on suppose qu'à l'équilibre le dallage se trouve à environ 50% d'humidité relative. Pour estimer la teneur en eau correspondante, on utilise la courbe de désorption.

A 50% d'humidité relative la teneur en eau correspond à 40 kg/m^3 . La perte de masse est de l'ordre de 2,6% d'après l'étude préliminaire des bétons de laboratoire de l'étude expérimentale et concernant le béton de fibres. La masse volumique du béton de fibres est de $28,5 \text{ kN/m}^3$. La variation de la teneur en eau est de $(2,6 / 100) * 2850 = 74,1 \text{ kg/m}^3$. Ceci permet d'obtenir la teneur en eau évaporable initiale, égale à $40 + 74 = 114 \text{ kg/m}^3$. L'eau restante est $188 - 114 = 74 \text{ kg/m}^3$ réagit avec 400 kg/m^3 ce qui signifie un taux de réaction de 18%.

Connaissant les valeurs initiale et à l'équilibre de la teneur en eau, on peut estimer le coefficient de compressibilité hydrique. En effet la déformation de séchage est liée à la teneur en eau par la relation suivante : $\varepsilon_h = k \Delta C$

D'après la valeur à 120 jours du retrait du béton, obtenue expérimentalement, égale à $290 \mu\text{def}$ (figure 36), on estime le coefficient de compressibilité k au rapport $\varepsilon_h / (C_0 - C_{eq}) = 290 / (114 - 40) = 3,92 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{kg}$.

Il reste alors à déterminer la vitesse de diffusion A et le coefficient d'échange f . Ces deux paramètres ne peuvent pas être déterminés expérimentalement. On procède à résoudre

l'équation de diffusion pour différentes valeurs de A en fixant la valeur de f comme pour le témoin 1.

A titre d'exemple, si on prend $f = 1 \text{ mm/jour}$, on trouve $A = 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$.

En utilisant les valeurs des paramètres précédents, on obtient la déformation de retrait en fonction de la cote z dans l'épaisseur du dallage à un jour, 30 jours et à 120 jours donnée par le modèle (figure 30).

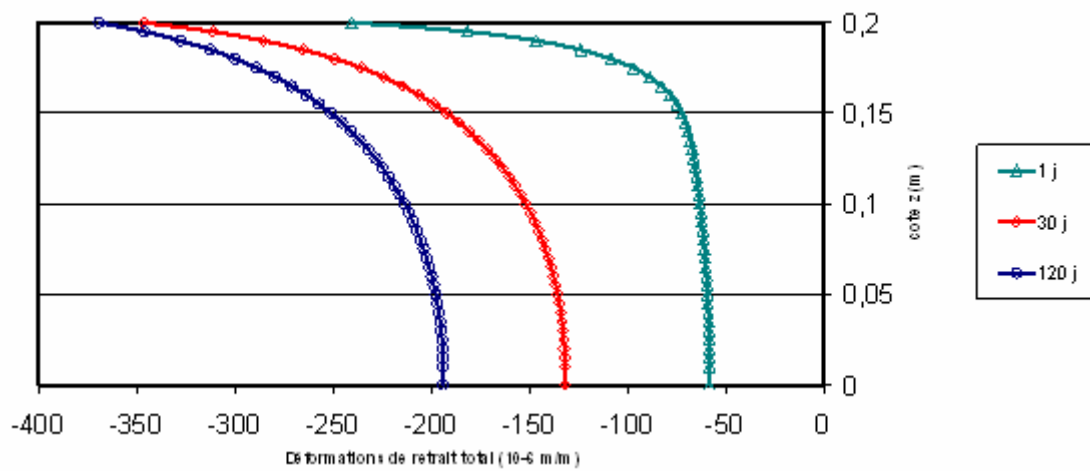


Figure 30 : déformations de retrait données par le modèle pour le béton renforcé en fibres du témoin 4

Les déformations de retrait mesurées par les témoins respectivement aux cotes $z=2,5 \text{ cm}$ et $z=17,5 \text{ cm}$ ainsi que les déformations de retrait données par le modèle pour les mêmes cotes sont présentées sur la figure 31.

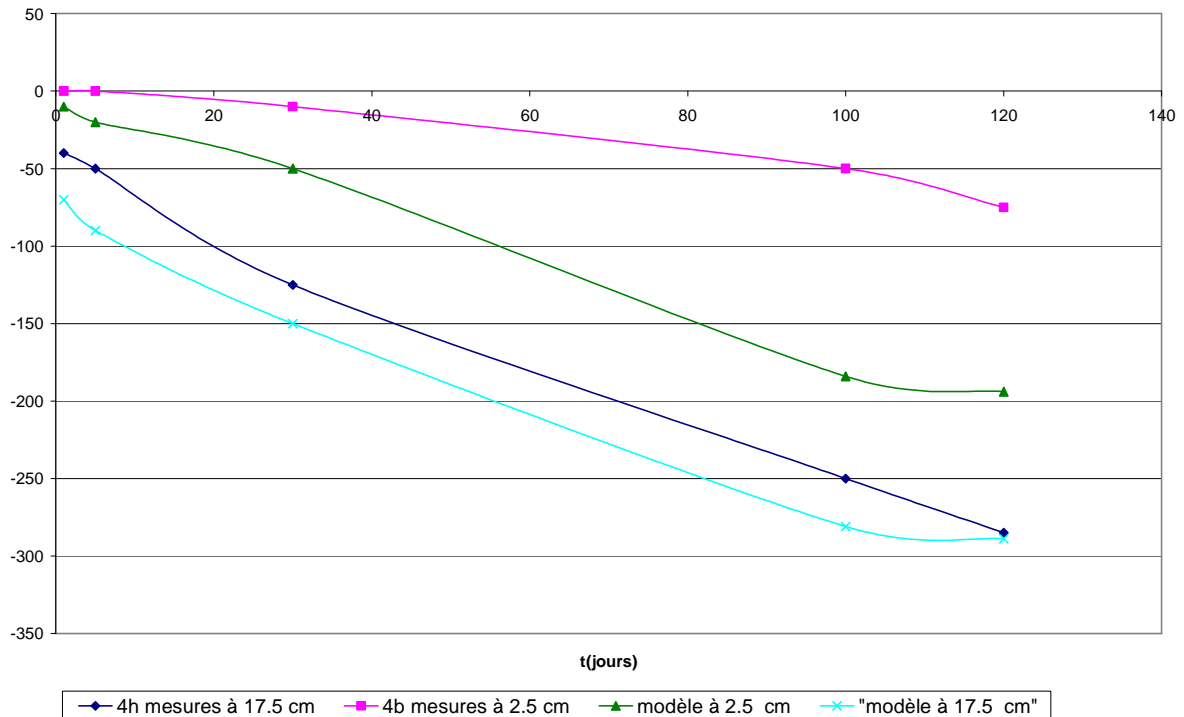


Figure 31 : Déformations du retrait (10^{-6} m/m) données par le modèle et les mesures expérimentales pour le témoin 4

La différence entre les déformations de retrait données par les témoins et le modèle est plus accentuée à la base du dallage qu'à la surface ; ceci prouve qu'en réalité le retrait se trouve gêné par le support du dallage, alors qu'on a comparé des déformations de retrait expérimentaux avec des déformations du modèle qui suppose que le retrait se fait librement. Par contre, la différence globale trouvée entre les deux déformations expérimentale et numérique est expliquée par le fait que l'on considère que la déformation de retrait est négligeable avant 24 heures et que toutes les mesures sont prises le lendemain de la construction du béton.

Visiblement le béton renforcé de fibres a fait moins de retrait que le béton ordinaire ceci peut être lié au fait qu'il est plus dosé en ciment, mais il faut penser aussi à la cure qui peut être beaucoup plus utilisée avec le béton de fibres qu'avec le béton ordinaire, pour des raisons de maniabilité. La cure permet d'éviter le séchage et surtout en surface. On constate effectivement que la différence entre les déformations de retrait du béton de fibres et du béton ordinaire est plus accentuée en surface qu'en sous-face du dallage.

Il est donc utile de faire une étude paramétrique pour une meilleure compréhension de l'influence de chaque paramètre du modèle sur les déformations du retrait, y compris le coefficient d'échange f qui a permis de modéliser l'effet de la cure.

2.3.2. Etude paramétrique : effet de la température, du séchage et de la cure

2.3.2.1. Effet de la température

Pour effectuer cette étude on reprend le cas du béton ordinaire traité précédemment.

On présente les résultats en faisant varier la température T_{∞} de 20° à 40° , sachant qu'on garde la température extérieure T_0 constante à 20°C .

Les déformations de retrait pour $T_{\infty}=40^{\circ}$ sont données sur la figure 32.

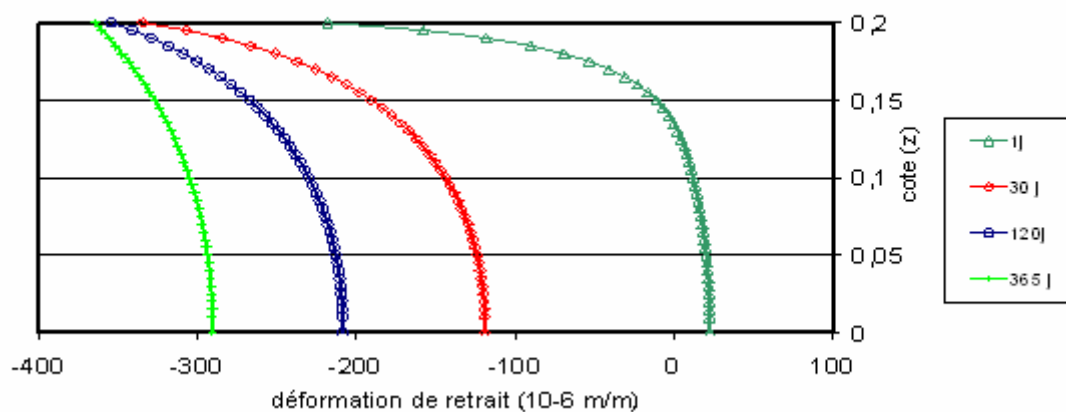


Figure 32 : Déformations de retrait données par le modèle pour un échauffement de 40°C

Les déformations de retrait pour $T_{\infty}=20^{\circ}$ sont données sur la figure 33.

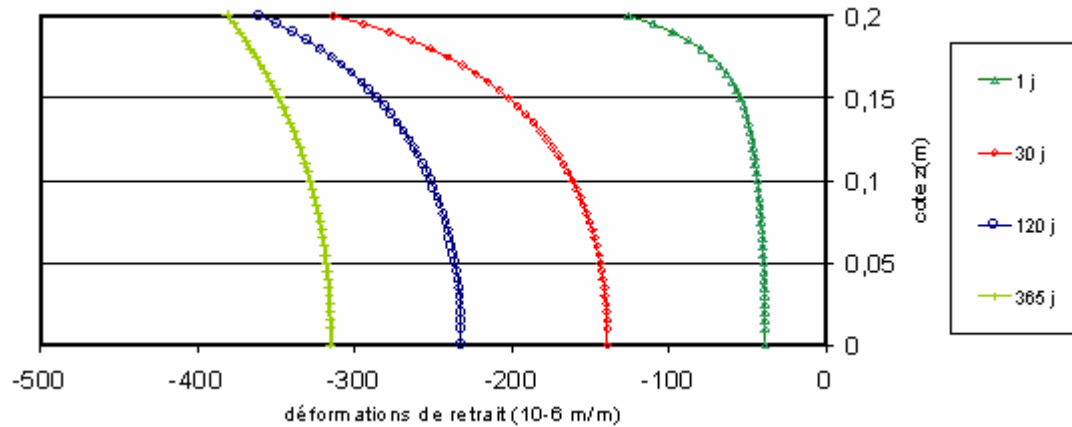


Figure 33 : Déformations de retrait données par le modèle pour un échauffement de 20°C

Le premier cas, c'est à dire, pour $T_{\infty}=40^{\circ}$, correspond à un échauffement du béton. Ce réchauffement concerne uniquement les quatre premiers jours, durant lesquels la température se stabilise à la température extérieure. On présente dans la figure 34 l'évolution de la température en fonction du temps sur la surface et à la base du dallage.

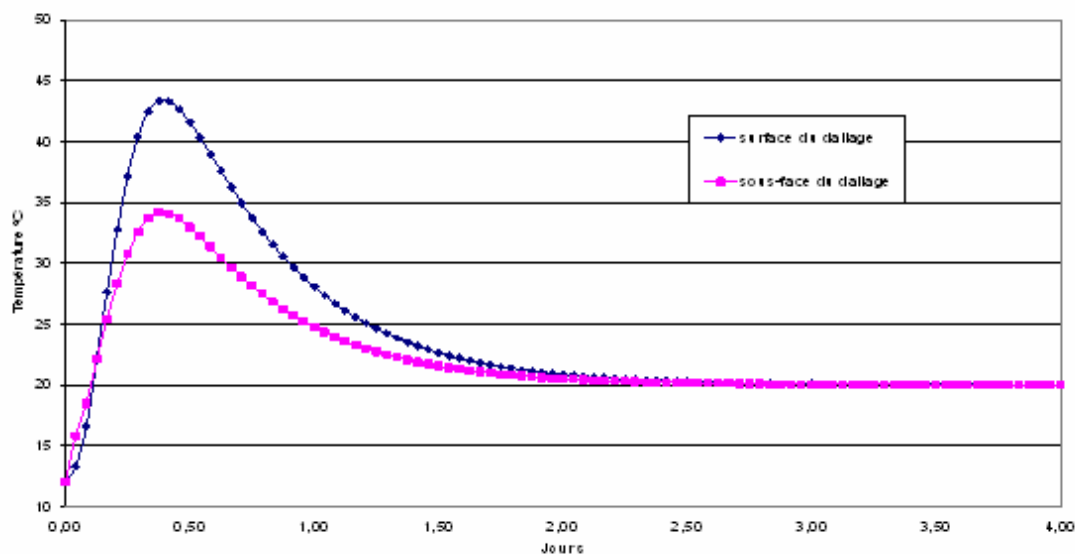


Figure 34 : Evolution de la température pour un échauffement correspondant à $T_{\infty}=40^{\circ}\text{C}$

On note que pour les déformations de retrait en fonction du temps, on considère que celles qui sont négatives traduisent à un raccourcissement du béton. On remarque que la déformation à un jour est totalement positive ce qui correspond à une dilatation du béton.

En examinant un autre cas, qui correspond à une température extérieure égale à 40°C et une température T_{∞} égale à 20°C, on constate une provocation d'un gradient de température très accentué dans le dallage. L'évolution de la température dans la surface et la sous-face du dallage est donnée sur la figure 35.

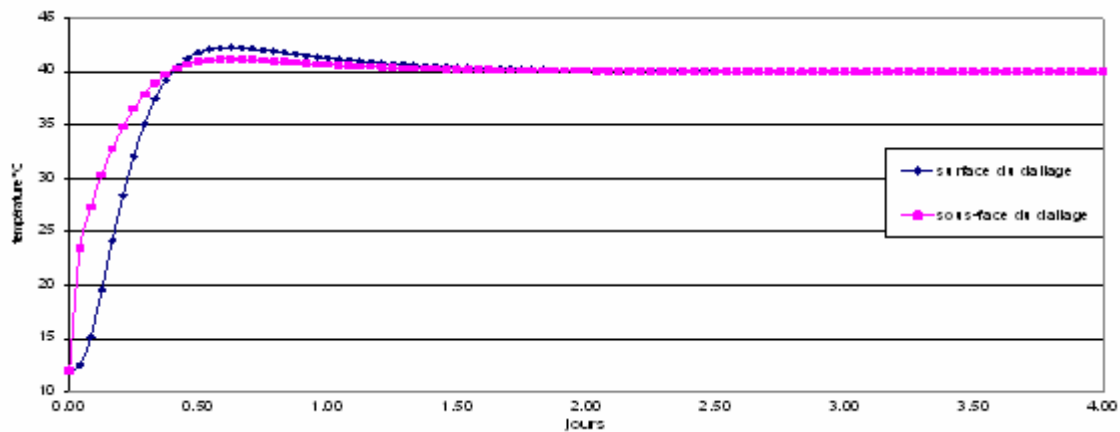


Figure 35 : Evolution de la température pour un échauffement T_{∞} de 20°C et une température extérieure T_0 égale à 40°C

Le digramme de déformations de retrait obtenues est présenté sur la figure 36, les déformations vont dans le sens d'un allongement. C'est l'effet de la dilatation thermique. Ce phénomène se produit dans le cas de dallages non couverts.

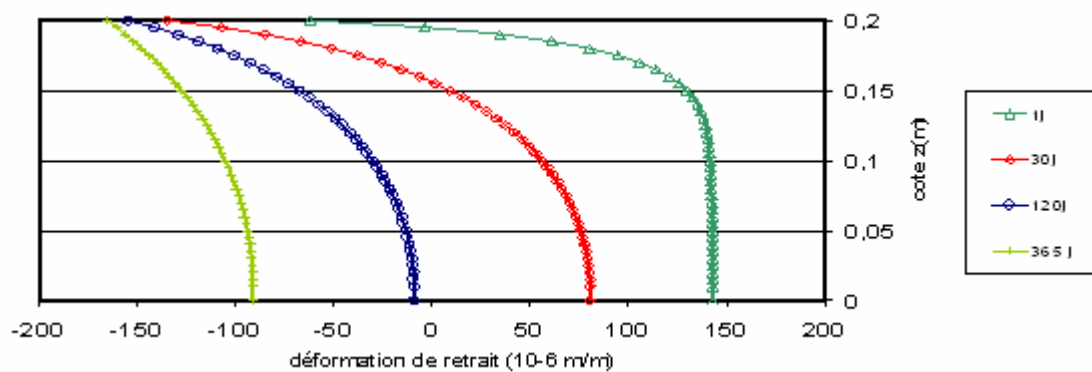


Figure 36 : Effet d'une dilatation thermique ($T_{\infty} = 20^{\circ}\text{C}$ et $T_0 = 40^{\circ}\text{C}$)

Du fait de sa rigidité, et en supposant que les sections du béton restent planes, le béton subit des déformations qui font apparaître un système d'efforts parasites dont la résultante

est nulle. Ces efforts parasites sont des tractions au sommet et à la base et une compression dans le noyau, d'amplitude obtenue en annulant la résultante en efforts et moments.

Pour le cas d'un raccourcissement (retrait thermique), le dallage devrait donc prendre une courbure avec concavité tournée vers le haut, avec des soulèvements de ses bords.

Dans le cas d'une dilatation thermique par ensoleillement, on obtient le contraire : les deux parties supérieure et inférieure se trouvent comprimées et la partie centrale se trouve tendue. Le dallage se déforme avec une concavité tournée vers le bas. Ce phénomène est décrit sur la figure 37.

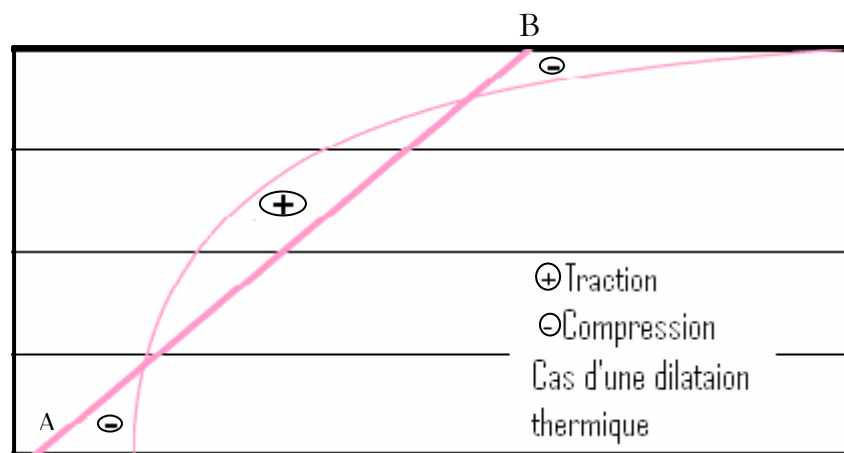


Figure 37 : illustration schématique d'une dilatation thermique

2.3.2.2. Effet du séchage

En fonction des conditions de séchage, les déformations hydriques superposées aux déformations thermiques, provoquent des contraintes parasites comme on l'a déjà décrit dans le paragraphe précédent. Les gradients de teneur en eau entre la surface et la sous-face d'un dallage peuvent initier la fissuration sur les deux faces supérieure et inférieure à la fois, en augmentant les contraintes de traction parasites ce qui fragilise la section du béton.

En considérant toujours le même cas du béton ordinaire traité au paragraphe 2.3.1.1, on a fait varier les gradients ($C_{eq} - C_0$) de 40 à 80 kg/m³, en fixant C_{eq} à 30 kg/m³.

Les déformations de retrait, pour les différents gradients de teneur en eau initiale sont calculées à la date de 120 jours depuis le coulage du béton pour un dallage de 20 cm d'épaisseur. Les résultats sont présentés sur la figure 38.

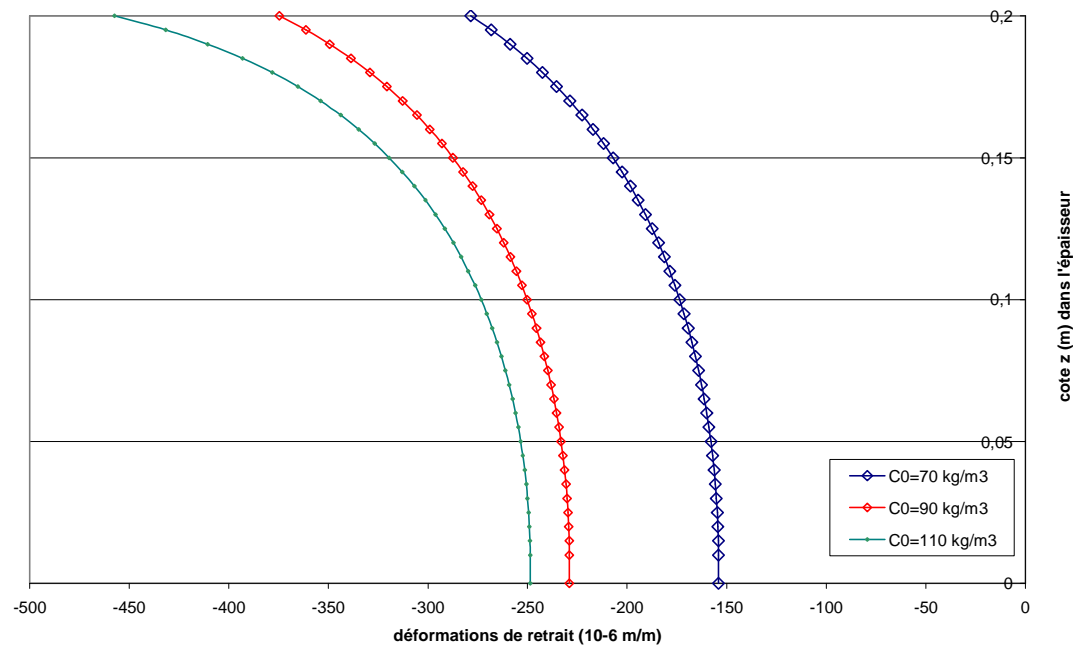


Figure 38 : Effet de la teneur en eau initiale sur la déformation de retrait

En augmentant le gradient ($C_{eq} - C_0$) on augmente les retraits. La teneur en eau C_0 dépend visiblement de la formulation du béton ; on peut conclure alors que les déformations de retrait dépendent du rapport E/C ; plus il est fort, moins le béton fait de retrait.

On a vu, pour l'évaluation des déformations de retrait avec notre modèle qu'il a fallu caler la valeur de la vitesse de diffusion A à partir des mesures de déformations obtenues expérimentalement. En effet, il n'existe aucune démarche pour la mesurer directement. Pour le faire, il faut comprendre l'évolution de la déformation de retrait de séchage en fonction de ce paramètre.

On présente sur la figure 39, la variation de la déformation du retrait total en fonction de la vitesse de diffusion A à 120 jours, depuis le coulage du béton d'un dallage de 20 cm d'épaisseur.

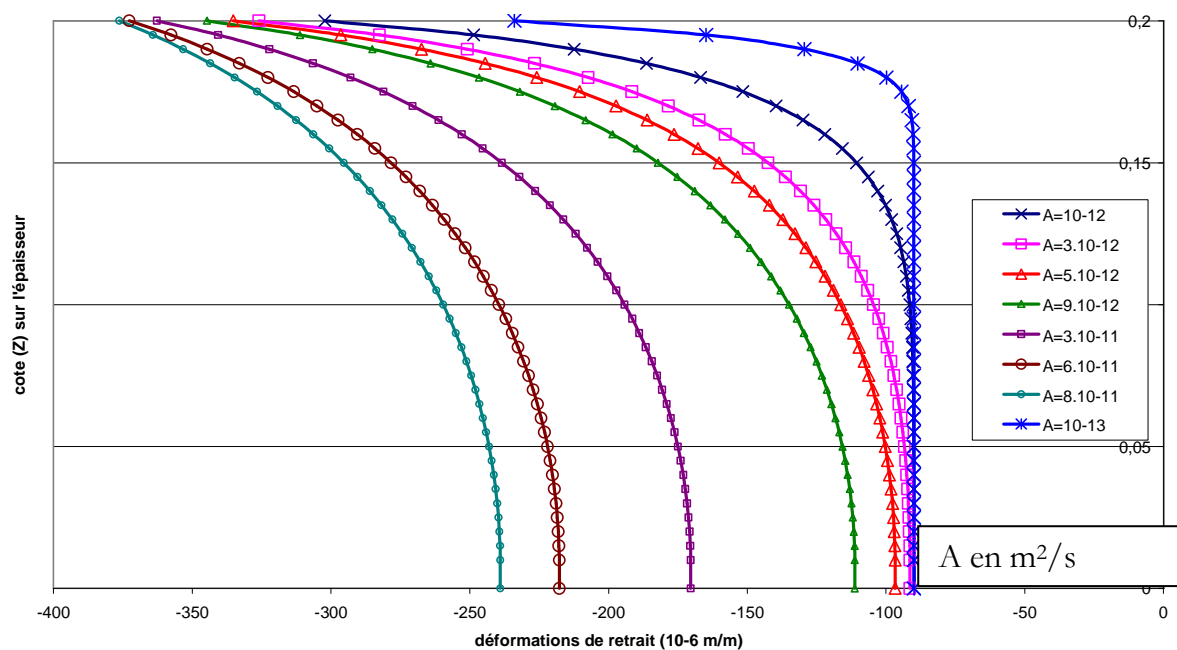


Figure 39 : effet de la vitesse de diffusion A sur les déformations de retrait

2.3.2.3. Effet de la cure

Considérons le cas du béton ordinaire précédent et comparons le cas où l'on utilise une cure et le cas où l'on laisse la surface du dallage sécher librement. La figure 40 montre l'influence de la cure dans la diminution des retraits.

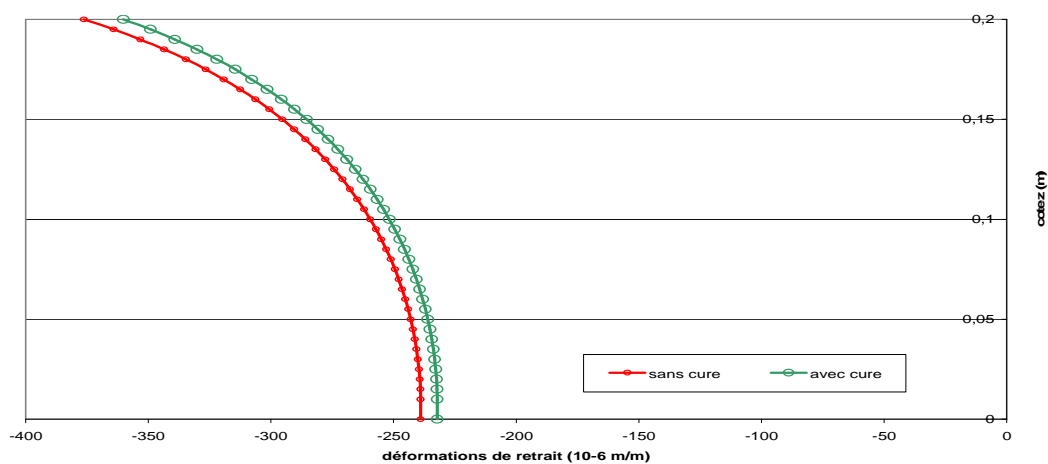


Figure 40 : Effet de la cure sur les déformations de retrait

En augmentant le coefficient d'échange f utilisé dans l'expression [22] qui modélise la cure à la surface, le gradient de la teneur en eau dans la surface croît ce qui permet d'augmenter le retrait. On représente sur la figure 41 la variation du retrait à 120 jours pour un dallage de 20 cm d'épaisseur en fonction du coefficient d'échange f .

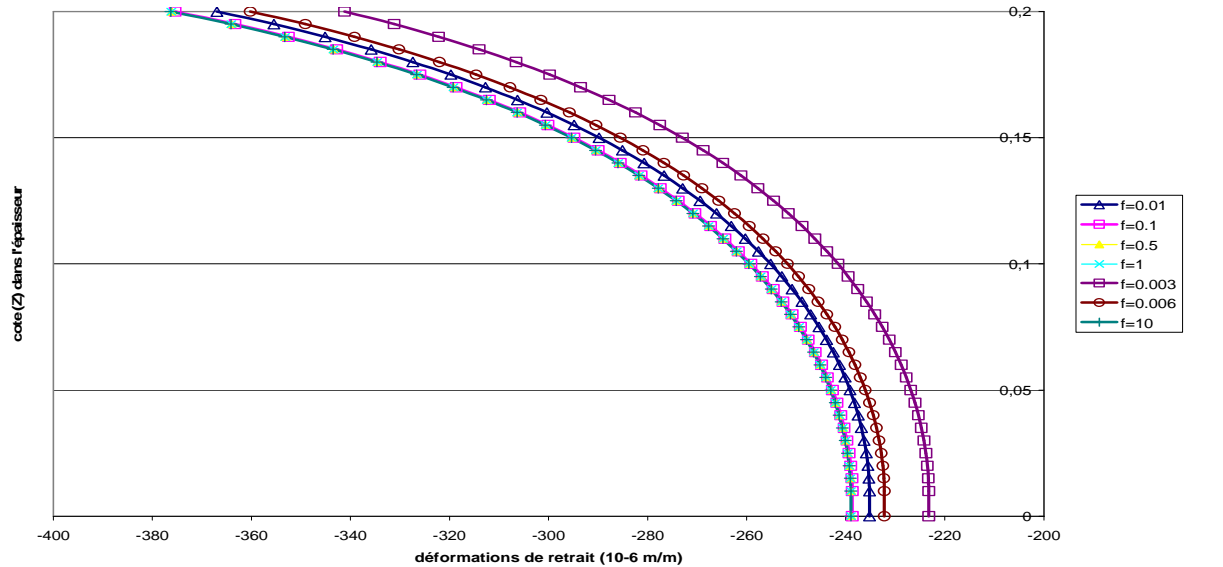


Figure 41 : Effet du coefficient d'échange f sur la cure

f en mm/j

2.4. Conclusion

On a pu évaluer, grâce au modèle précédent (équation [27]), les déformations de retrait à l'origine des phénomènes thermiques et hydriques dans le dallage, en fonction de sa géométrie et du temps. Les paramètres dont dépend ce modèle sont parfois difficiles à déterminer expérimentalement. Une méthode pour leur détermination a été donnée à travers un cas réel.

La déformation totale du retrait qui résulte du modèle, en l'absence des efforts extérieurs, est linéaire, de façon à respecter l'hypothèse de la planéité des sections. Elle est composée d'une partie due aux déformations de retrait et d'une partie mécanique auto-équilibrée.

Les différences trouvées entre les déformations de retrait à la base du dallage données par le modèle et celles mesurées expérimentalement peuvent être jugées non négligeables.

La déformation de retrait trouvée expérimentalement à la base du dallage est en fait, inférieure à celle donnée par le modèle, qui suppose que le retrait du béton de la structure se fait librement alors qu'il est réellement gêné par l'existence du frottement du sol sous-jacent.

La diminution du retrait par les efforts extérieurs ne fait qu'accentuer le différentiel de retrait entre la surface et la base du dallage ; de plus, le sol s'opposant par frottement aux efforts dus au retrait, engendre des contraintes de traction et, par la suite, provoque des fissures.

Chapitre III

3. Modélisation tridimensionnelle par CESAR-LCPC

3.1. Introduction

Cette partie vise à simuler et analyser le comportement d'un dallage isolé ou avec des joints conjugués soumis à un ou plusieurs chargements. Les chargements peuvent être de type mécanique ou thermique (pour modéliser l'effet du retrait).

Les résultats des différentes simulations sont analysés après avoir posé le cadre de l'étude, c'est-à-dire présenté les structures modélisées, les hypothèses adoptées pour les calculs et le déroulement de ces derniers.

Pendant l'enchaînement des calculs, on expliquera les différentes étapes d'une modélisation fine d'un dallage isolé non armé en intégrant les paramètres du retrait, l'effet du fluage et la résistance du béton en interaction avec le sol support pour mener son étude sous des chargements statiques pendant une longue durée.

3.2 Etude d'un dallage isolé

3.2.1. Caractéristiques géométriques de la structure du dallage

On considère au cours de cette étude un dallage de référence et des dallages de géométries différentes explicités plus loin.

La structure de référence (figures 42 et 43) est composée d'un dallage carré de 20 cm d'épaisseur et de 6 m de largeur, d'une couche de fondation de 0,45 m d'épaisseur (débordant de part et d'autre du dallage sur une longueur de 2 m) et d'un sol support s'étendant verticalement jusqu'à 3 m de profondeur (ayant les mêmes extensions horizontales que la couche de fondation).

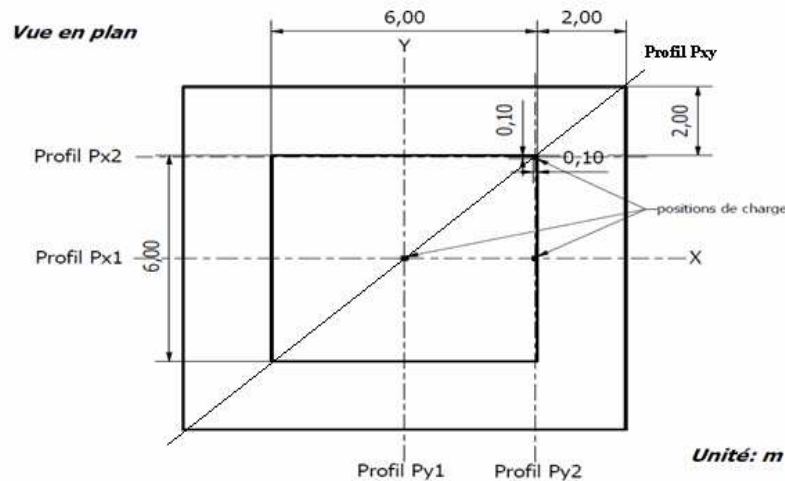


Figure 42 : vue en plan de la structure de référence

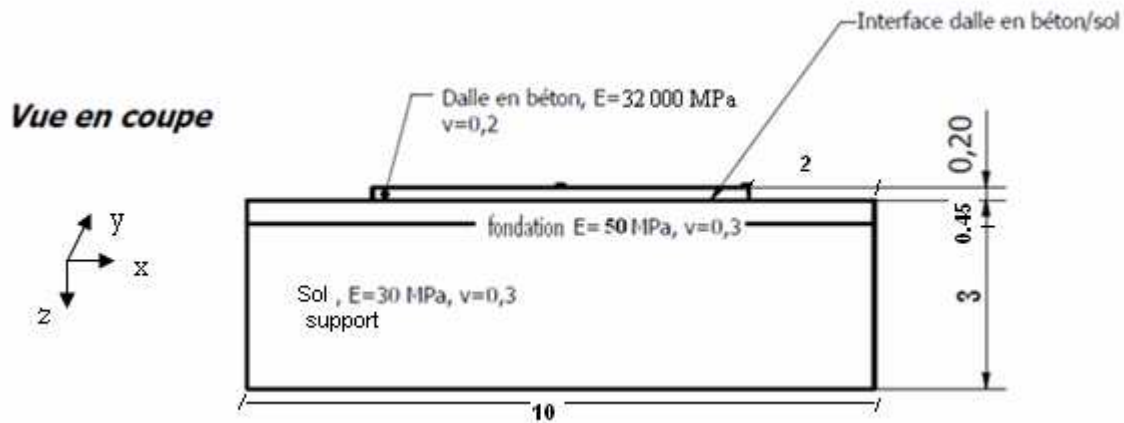


Figure 43 : vue en coupe de la structure de référence

3.2.2. Caractéristiques mécaniques des matériaux de la structure du dallage

Le béton du dallage est considérée de classe C25/30, de module élastique instantané égal à 32000 MPa ; ce qui revient à considérer une résistance à la compression à 28 jours égale à 25 MPa. Tous les matériaux sont considérés comme ayant un comportement élastique linéaire isotrope. Cette hypothèse se justifie par le faible degré de sollicitation induit par les chargements considérés en comparaison avec les limites d'élasticité des matériaux. La géométrie du modèle en plan est donnée sur la figure 42. Les modules des différents matériaux sont donnés sur la figure 43. Les paramètres du retrait du béton du dallage sont donnés au § 3.2.13.

3.2.3. Module de calcul utilisé

Les calculs consistent à résoudre un problème de contact, dans la mesure où la surface d'appui effective du dallage sur sa fondation après application du chargement est une inconnue du problème.

Il s'agit de calculs non linéaires que l'on réalise à l'aide du module TCNL (Mécanique, comportement non linéaire et contact) du code aux éléments finis CESAR-LCPC (LCPC, 2001). Il permet de résoudre des problèmes de comportement en mécanique non linéaire pour les géo-matériaux. Ce module permet de suivre l'évolution d'un chargement et/ou des conditions aux limites au cours d'un même calcul.

3.2.4. Conditions aux limites

Dans tous les calculs effectués, les conditions aux limites imposées à la structure sont identiques :

- le dallage en béton n'est soumis à aucune condition de déplacement, et est donc parfaitement libre ;
- la couche de fondation et le sol support ont leurs déplacements longitudinaux u (suivant l'axe x) et leurs déplacements transversaux v selon l'axe des y imposés nuls respectivement sur leurs bords transversaux et leurs bords longitudinaux ;
- la base du sol support a tous ses déplacements (longitudinaux, transversaux et verticaux) imposés nuls.

3.2.5. Déformée initiale

Les contraintes initiales de tous les calculs sont celles issues d'un calcul qui permet de soumettre le modèle à son poids propre y compris le poids du dallage. Par contre, tous les déplacements sont remis à 0 pour les phases ultérieures.

3.2.6. Organisation des calculs

Dans les paragraphes suivants sera analysée la réponse du dallage sous l'action d'une charge statique dans différentes positions et d'une charge thermique (le retrait), agissant isolément ou simultanément. Pour chaque type de chargement considéré, on cherchera, d'une part, à examiner les déflexions maximales et, d'autre part, à quantifier et localiser les contraintes

conditionnant le dimensionnement du dallage, c'est-à-dire les contraintes maximales de traction dans le dallage.

De plus, les effets éventuels de non linéarité sont évalués en faisant varier l'intensité de la charge.

On note que l'on adoptera la convention de signe de la mécanique des milieux continus, c'est-à-dire que les contraintes générées dans les structures seront positives en traction et négatives en compression.

Pour chacun des deux types de chargements, on examinera également l'influence des principaux paramètres géométriques et mécaniques, c'est-à-dire les caractéristiques de la géométrie du dallage (épaisseur et largeur) et de la rigidité (module) de la fondation.

3.2.7. Description du maillage

Le pré-processeur MAX propre à CESAR-LCPC est un programme de génération de maillage interactif graphique, qui permet de constituer les données nécessaires au code de calcul CESAR, pour la construction d'un maillage et la constitution des jeux de données qui lui sont associés. MAX est organisé en deux programmes MAX2D (pour les modèles bidimensionnels), et MAX3D (pour les modèles tridimensionnels). Il permet de générer des données à l'aide de modules dits de gestion de données : création de maillages (module COOR pour les coordonnées de nœuds et module ELEM pour le type des éléments finis), définition des conditions aux limites (module COND) et définition des chargements (module CHAR). Bien que les analyses 2D soient nettement moins coûteuses en préparation de données, en temps de calcul et en allocation de mémoire, pour le cas des dallages industriels, il est indispensable de faire des analyses en 3D pour les traiter lorsqu'ils sont fractionnés en ensemble de panneaux.

Le maillage 3D est généré à partir d'un maillage horizontal en 2D. Il doit envisager l'emplacement de charges ponctuelles et surfaciques.

Un chargement ne peut être affecté qu'à un élément constitué par des nœuds. Les chargements ponctuels sont affectés à des nœuds.

La géométrie du maillage 2D construit, est constituée de rectangles correspondants aux charges réparties, dallages et le massif du sol en plan.

Le rectangle principal est celui qui correspond à l'emplacement du panneau de dallage, le reste correspond à la base du massif du sol se trouvant à la cote $z=0$.

Un deuxième maillage 2D construit correspond à la base du panneau du dallage ; celui-ci doit tenir compte de l'emplacement des charges surfaciques. On va considérer des charges uniformément réparties sur des carrés de côté 0,1 m (figure 44). La création du maillage 3D est obtenue par extension en hauteur des deux maillages précédents. Dans notre cas qui consiste à créer un massif multicouche, le premier maillage est étendu deux fois successivement à -0,45 m et à -3 m : hauteurs respectives de la couche de fondation et de la couche de sol support. Le deuxième maillage 3D correspond au corps du dallage et se fait par extension de la surface à la cote $+h = 0,2$ m : épaisseur du dallage. Les deux maillages ainsi obtenus sont rassemblés par l'intermédiaire d'un élément sans épaisseur constituant l'interface de contact entre le dallage et le massif du sol (fondation + sol support).

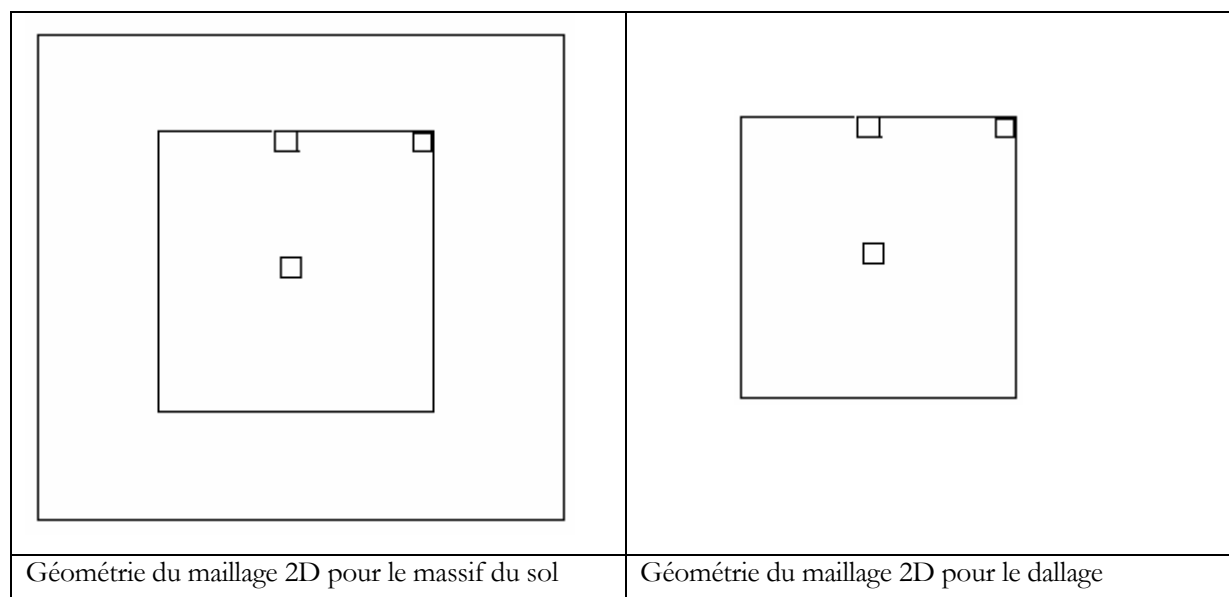


Figure 44 : géométries des maillages 2D

Le maillage est affiné dans les zones où le comportement du dallage doit être déterminé le plus précisément possible, c'est-à-dire au droit de la charge, où apparaissent les contraintes les plus fortes.

Le maillage tridimensionnel est constitué par des éléments prismatiques à 15 nœuds. L'interface entre le dallage et sa couche est constituée par des éléments spéciaux de contact triangulaires à 6 nœuds, grâce auxquels peuvent être modélisés le frottement, le glissement et le décollement.

Les caractéristiques du maillage obtenu sont résumées dans le tableau 6.

	Nombre d'éléments de volume	Nombre d'éléments de contact	Nombre de noeuds
Maillage de référence	1318	202 (éléments bidimensionnels)	4395

Tableau 6 : caractéristiques du maillage de la structure de référence.

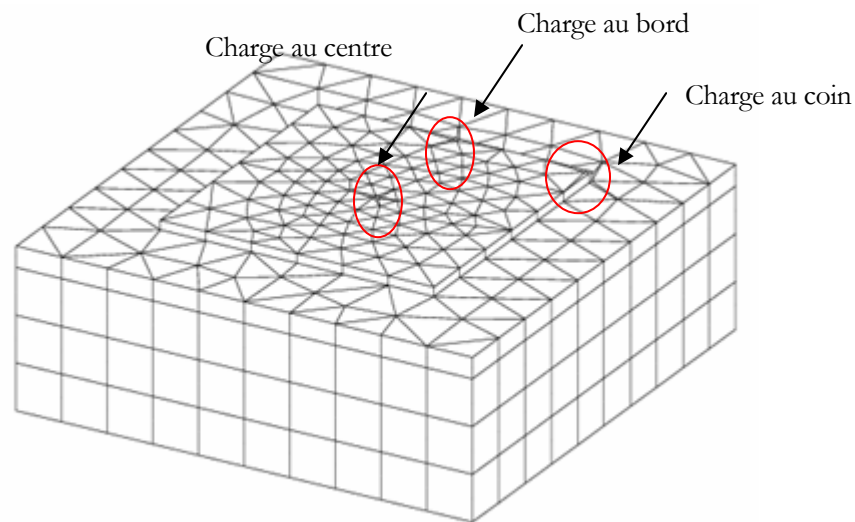


Figure 45 : maillage de la structure de référence

On a effectué des calculs avec des maillages ayant différentes largeurs du sol débordant du dallage (figure 45). Cette variable n'influence pas les calculs pour des charges uniformément réparties telles qu'elles sont utilisées dans notre modèle de référence. La diminution du nombre de nœuds permet d'économiser les temps du calcul, d'où le choix de la frontière située à 2 m de part et d'autre des bords des dallages. L'effet de la position de la frontière sera abordé au § 3.2.9 où on fera varier cette position de 2 m à 6 m.

3.2.8. Description de l'interface

Pour avoir un comportement frottant tout au long de l'interface, la cohésion est prise très faible mais non nulle pour des raisons de convergences numériques et l'angle de frottement

est pris égal à 30° . La rigidité est prise égale à celle du plus faible des deux matériaux du contact (LCPC, 2001).

Une variation de l'angle de dilatance de 10° à 30° n'a aucune influence sur les déplacements et contraintes dans le dallage. Elle est donc prise égale à l'angle de frottement (Il s'agit de la plasticité associée).

Les calculs sont effectués en donnant au dallage la possibilité de se désolidariser de la fondation dès que la contrainte verticale à l'interface devient strictement positive (traction).

L'interface entre le dallage et la fondation est prise comme frottante. L'interface entre la couche de sol support et la fondation est prise, quant à elle, comme parfaitement adhérente.

3.2.9. Effet d'une charge statique instantanée

On présente ici les résultats de calculs relatifs au dallage isolé soumis à une charge statique.

- Charge au centre

Plusieurs calculs non linéaires (utilisation de l'interface) ont été réalisés en faisant varier l'intensité de la charge entre 10 kN et 60 kN intensité de la charge maximale concentrée que peut subir un dallage. La surface d'application de la charge reste inchangée (surface carrée de 0,1 m de côté).

Les figures 46 et 47 représentent suivant les profils PXY et PX1 (figure 42) respectivement, les profils de déflexions et de contraintes de traction dans la fibre inférieure du dallage pour les différentes charges au centre appliquées. Les valeurs de déflexions présentées sont celles de la base du dallage et de la surface du sol de la fondation.

On a fait le même calcul pour la charge maximale égale à 60 kN mais en imposant un comportement linéaire. La non linéarité du problème a été supprimée en « désactivant » les éléments d'interface c'est-à-dire en prenant des valeurs infinies pour la résistance maximale à la traction et cohésion. On présente sur les figures 48, 49 et 50 les profils de déflexions et de contraintes σ_{xx} du dallage dans sa fibre inférieure.

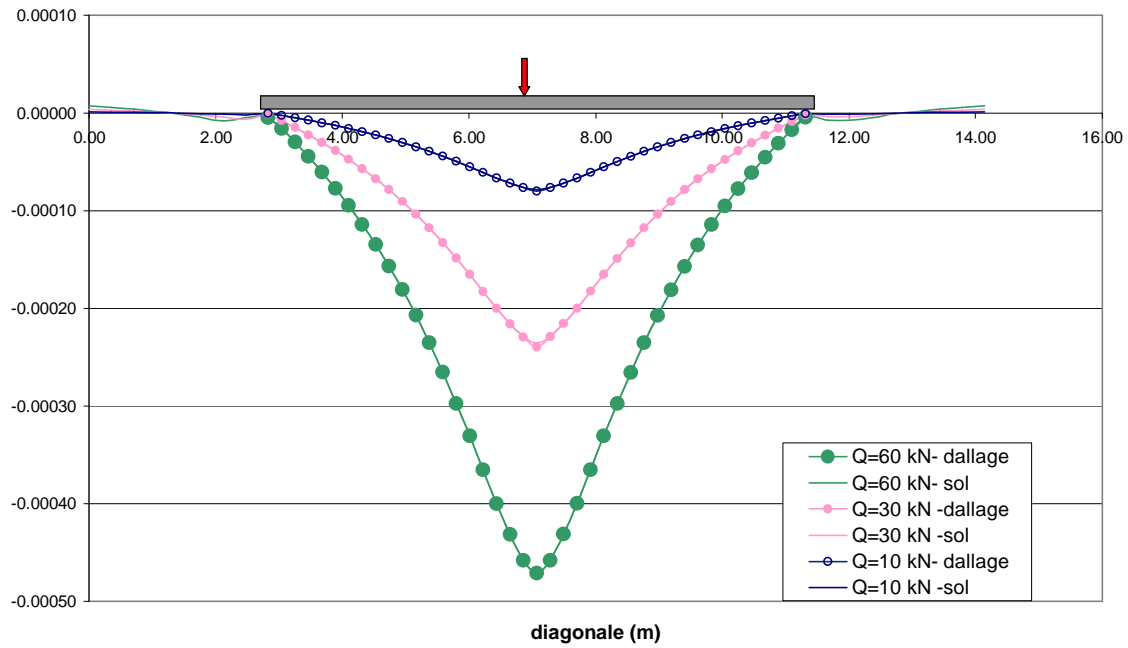


Figure 46 : Déflexions (m) d'un dallage de 20 cm d'épaisseur chargé au centre – Profil PXY

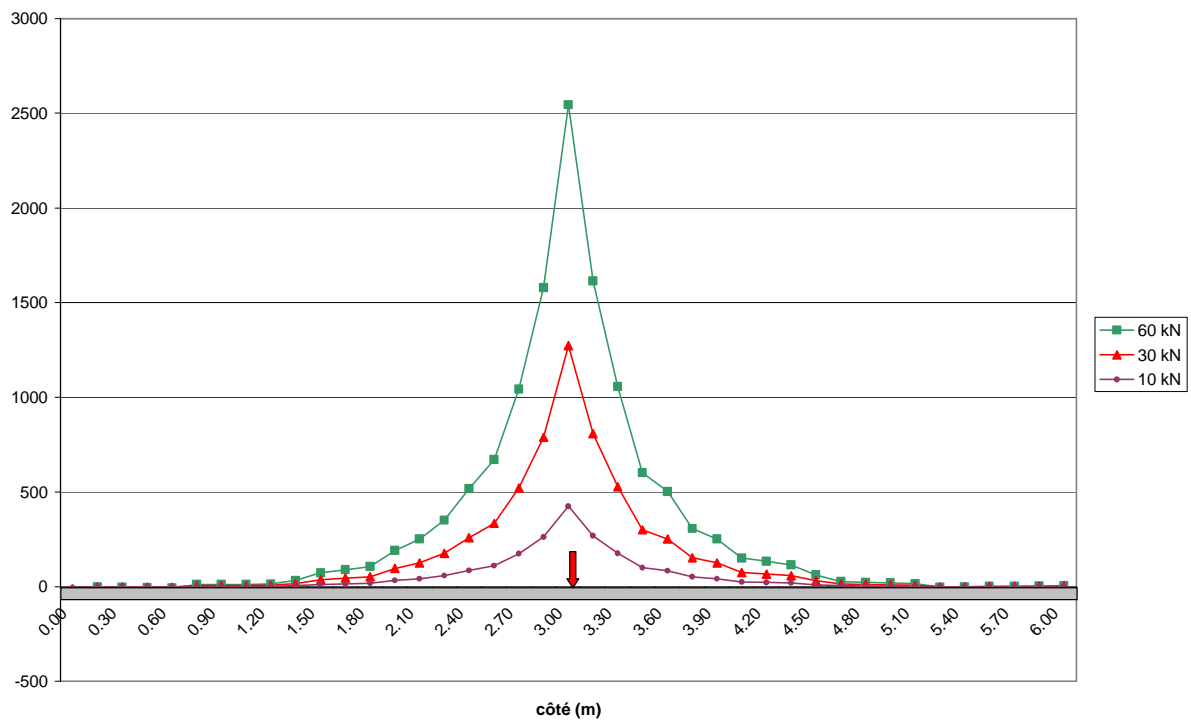


Figure 47 : Contraintes σ_{xx} (kPa) dans la fibre inférieure d'un dallage de 20 cm au centre – Profil PX1

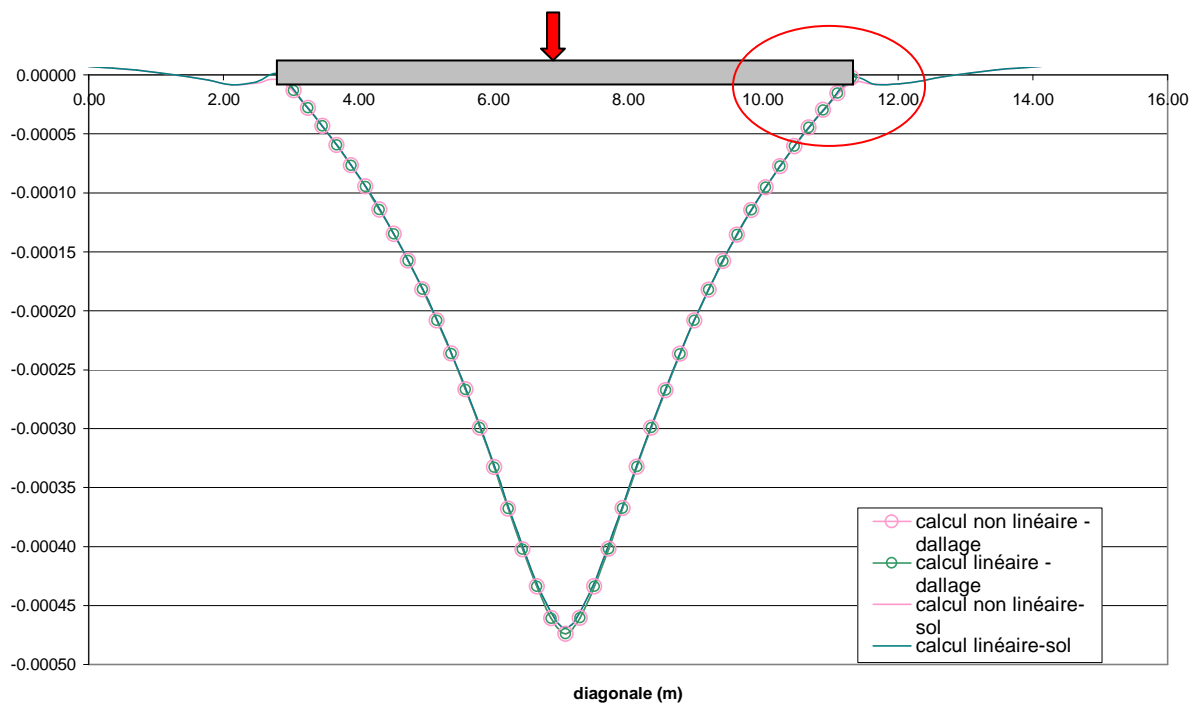


Figure 48 : déflexions (m) d'un dallage de 20 cm d'épaisseur sous $Q=60$ kN au centre – Profil PXY

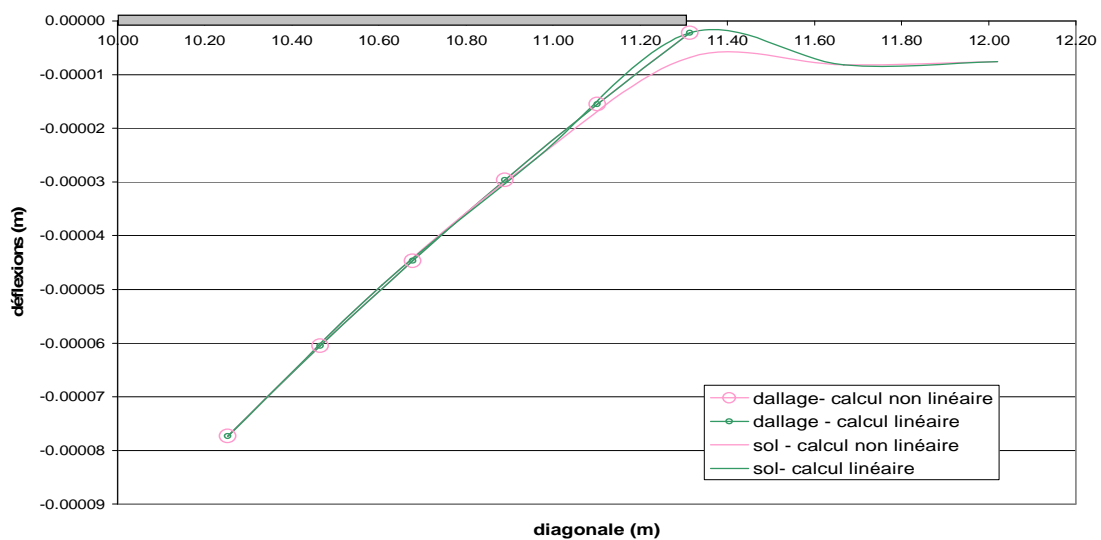


Figure 49 : Agrandissement de la zone de 10 m à 11,3 m de la figure 48

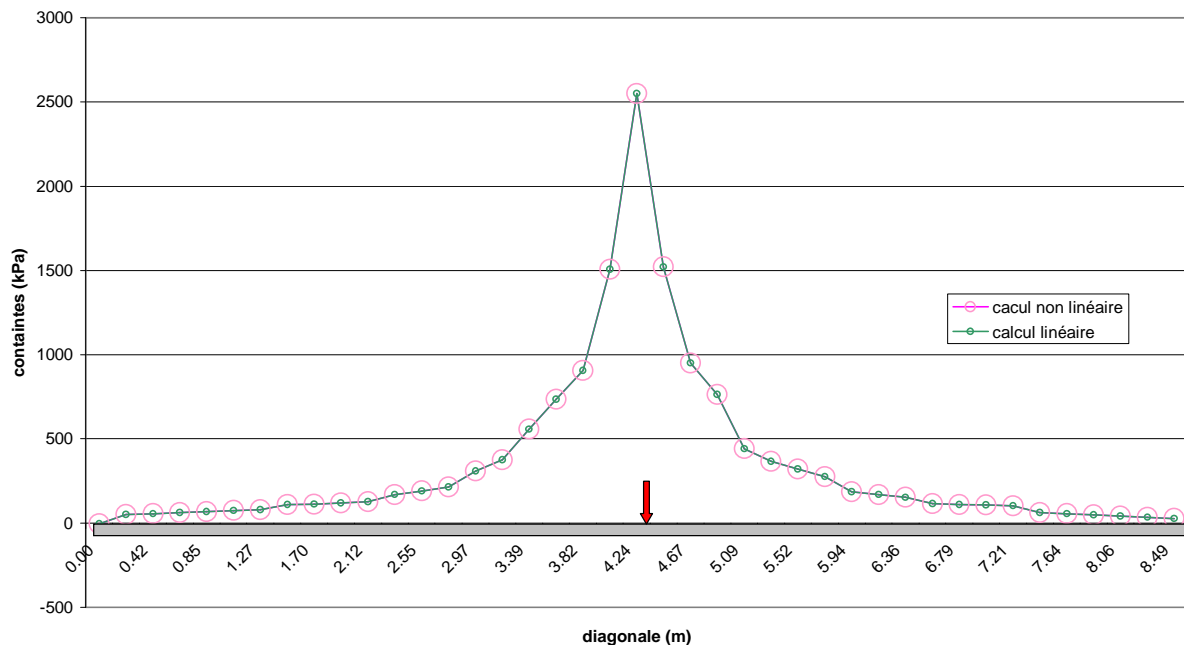


Figure 50 : contraintes σ_{xx} dans la fibre inférieure sous $Q=60$ kN au centre (calcul linéaire et non linéaire) – Profil PX1

On observe sur la figure 49 (agrandissement) que le dallage se décolle légèrement de la fondation sur tout le périmètre sur une largeur de 20 à 30 cm pour la charge 60 kN (calcul non linéaire) ; le décollement maximal au bord entre le dallage et la fondation est de 0,5 centièmes de mm.

Par contre, en comparant les calculs linéaires avec ceux qui sont non linéaires, on constate tout d'abord qu'il n'y a quasiment pas de différences pour les contraintes (figure 50). Les différences ne se constatent que pour les déflexions au bord, quand le calcul non linéaire montre que le bord du dallage se décolle de sa fondation. L'écart maximal sur les déflexions maximales est de 3% et sur les contraintes maximales, il atteint à peine 0,02 %.

L'écart sur les déflexions se justifie par le fait que la longueur décollée est très faible.

Le calcul non linéaire paraît donc ici inutile pour le cas d'un dallage chargé au centre.

Ce résultat se confirme par le fait que les déflexions et les contraintes sont des fonctions linéaires de l'intensité du chargement (figure 51).

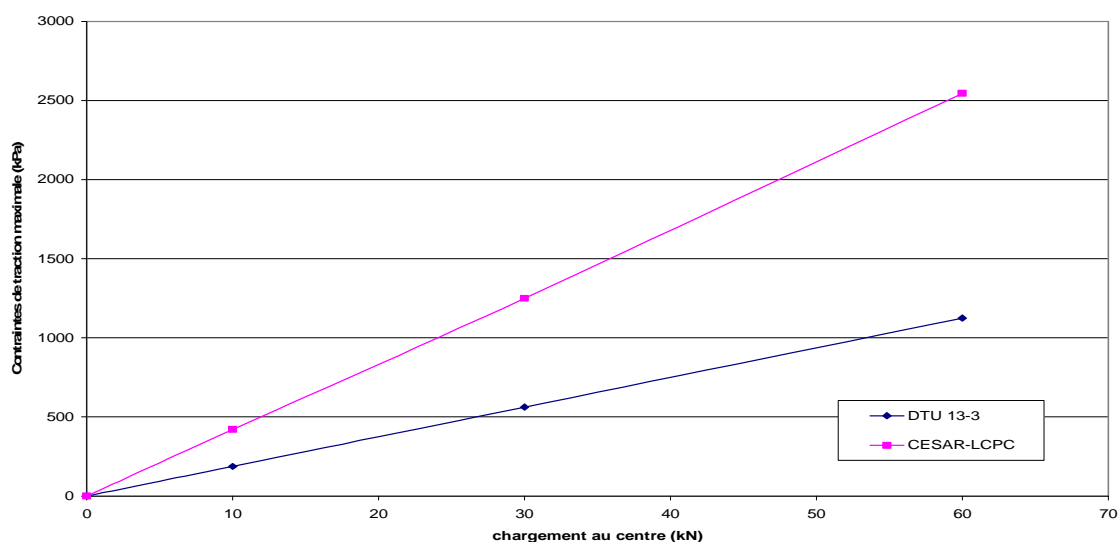


Figure 51 : comparaison des contraintes de traction maximales entre CESAR-LCPC et DTU 13-3 (AFNOR, 2006) pour un chargement au centre

L'application de la théorie de Boussinesq combinée au modèle de Westergaard proposée dans le DTU 13-3 (AFNOR, 2006) mène aux contraintes maximales présentées sur la figure 51. Les données d'entrée pour la réalisation des calculs DTU 13-3 sont données dans le tableau 7. Ces contraintes se révèlent inférieures de 50% aux contraintes déterminées à l'aide du présent modèle aux éléments finis par CESAR-LCPC. L'utilisation du coefficient de Westergaard avec le modèle de Boussinesq (cf. §1.3.2.2) paraît donc non fiable.

Dimensions du terrain hors dallage	10 m x 10 m
Epaisseur du dallage	20 cm
Résistance à la compression du béton	25 MPa
Résistance à la traction du béton	3 MPa
Taille des granulats du béton	20 mm
Coefficient de Poisson du béton	0,2
Localisation du dallage	Intérieur à usage courant
Coefficient de frottement	0,5
1ère couche de sol	0.45 m ; E=50 MPa et $\nu=0.3$
2ème couche de sol	3 m ; E=30 MPa et $\nu=0.3$
Joints	Non conjugués
Charges réparties	10 kN, 30 kN et 60 kN sur des
Cas de charge	Courte durée d'exploitation
Module du béton (courte durée)	32164 MPa
Module du béton (longue durée)	10818 MPa

Tableau 7 : Détails du calcul réalisé avec le DTU 13-3 (dallage isolé)

Par ailleurs et comme on l'a mentionné au § 3.2.7, on a effectué des calculs avec différentes distances de la frontière extérieure du sol de part et d'autre du bord du dallage variant de 2 m à 6 m. On rappelle que le massif du sol est comme le dallage de forme carrée. Sur la figure 52 on représente les déplacements verticaux de la base du dallage et de la surface de la fondation suivant la diagonale pour les différentes distances de la frontière. On constate que l'emplacement de la frontière n'a pas d'influence significative sur les déplacements. Le tassement du dallage ne change pas entre les différentes structures qui correspondent à différentes frontières. Le léger tassement du sol causé par la courbure du dallage en ses bords parait local et n'augmente pas en fonction de la position de la frontière. Par contre la partie soulevée du sol parait plus importante dans le cas où la frontière est à 6 m du dallage. Ces soulèvements restent négligeables de l'ordre de micromètres, d'où le choix de la frontière positionnée à 2 m de part et d'autre du bord du dallage.

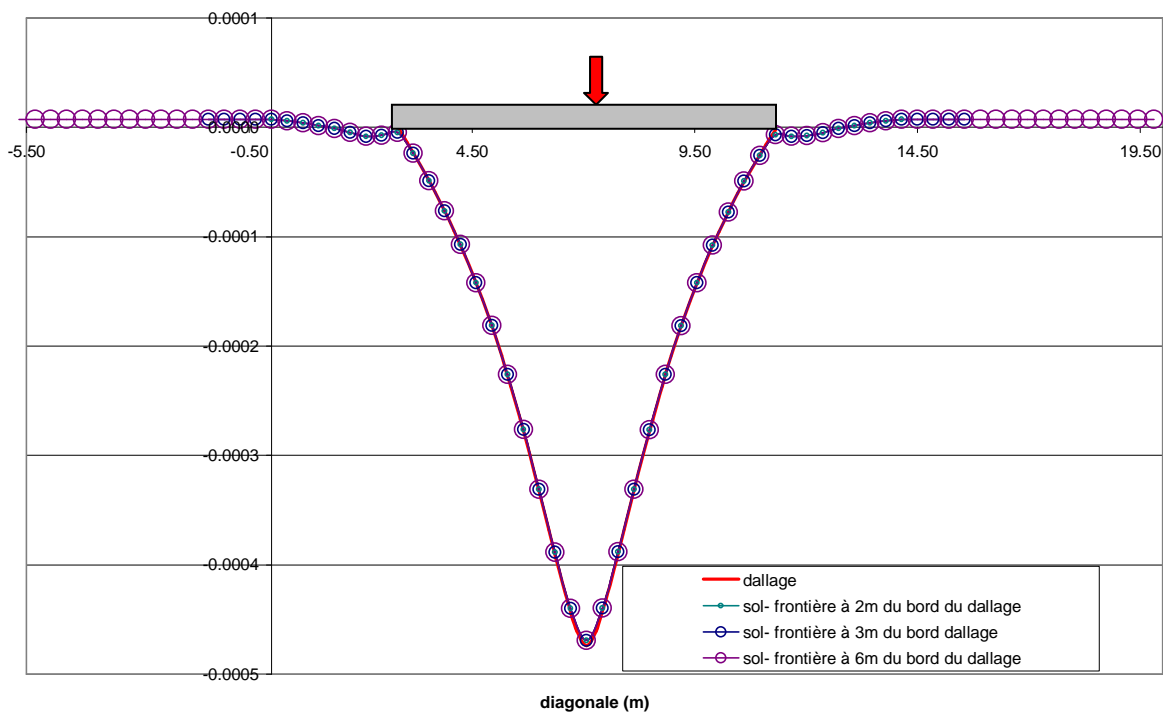


Figure 52 : Effet de la frontière sur les déflexions

- charge au bord

Les figures 53 et 54 représentent les profils de déflexions de la base du dallage et de la surface de la fondation suivant les axes PX1 et PY2 (figure 42), pour les différentes intensités de chargement.

Elles montrent que le dallage n'a été le sujet de décollement pour aucun des chargements. En effet, la charge au bord permet d'enfoncer le dallage de son côté chargé ; ceci n'a pas été suffisant pour faire décoller les autres côtés.

Les contraintes sont vues sur les deux fibres supérieure et inférieure contrairement au cas du dallage chargé en son centre. Les fibres de la face supérieure se trouvent dans ce cas comprimée.

Sur le profil PX1 sont présentées les contraintes σ_{xx} à la surface et sur le profil PY2 sont présentés les contraintes σ_{yy} à la base du dallage (figures 55 et 56).

La contrainte maximale de traction dans la fibre inférieure est exactement localisée au droit du chargement.

Par contre la contrainte maximale de traction dans la fibre supérieure se trouve à peu près à 60 cm du chargement.

Les contraintes, de traction maximale, en fonction du chargement appliqué, paraissent également linéaires (figure 57).

Les contraintes de traction au bord peuvent être déterminées avec le DTU 13-3 (AFNOR, 2006) ; elles sont présentées sur la figure 57. Les détails de leurs calculs sont donnés dans le tableau 8. Elles sont supérieures de plus de 50% aux contraintes issues des calculs du modèle CESAR.

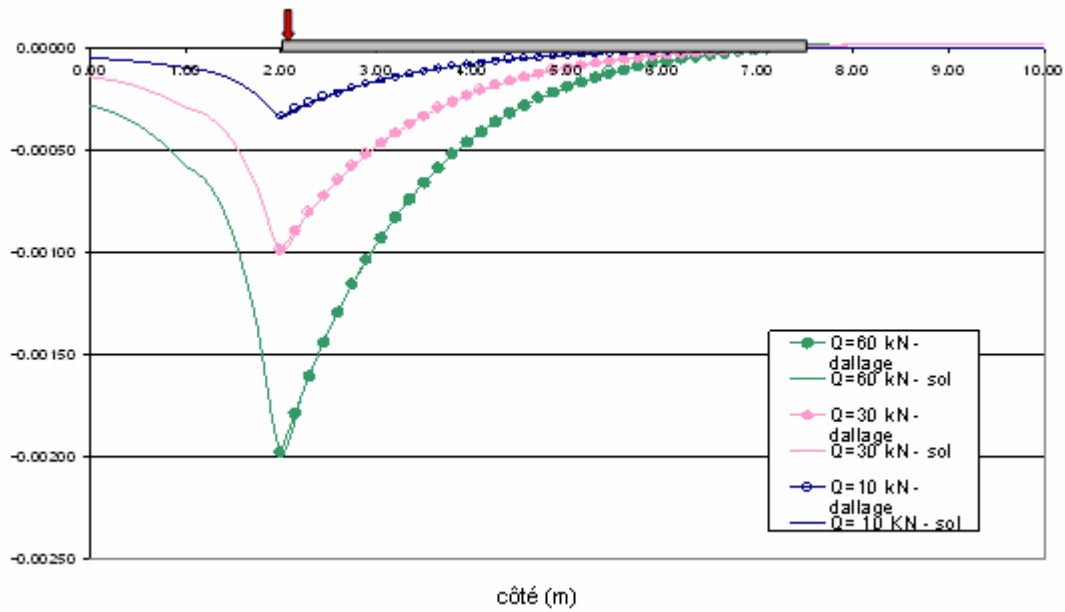


Figure 53 : Déflexions (m) pour un dallage de 20 cm d'épaisseur chargé au bord – profil PX1

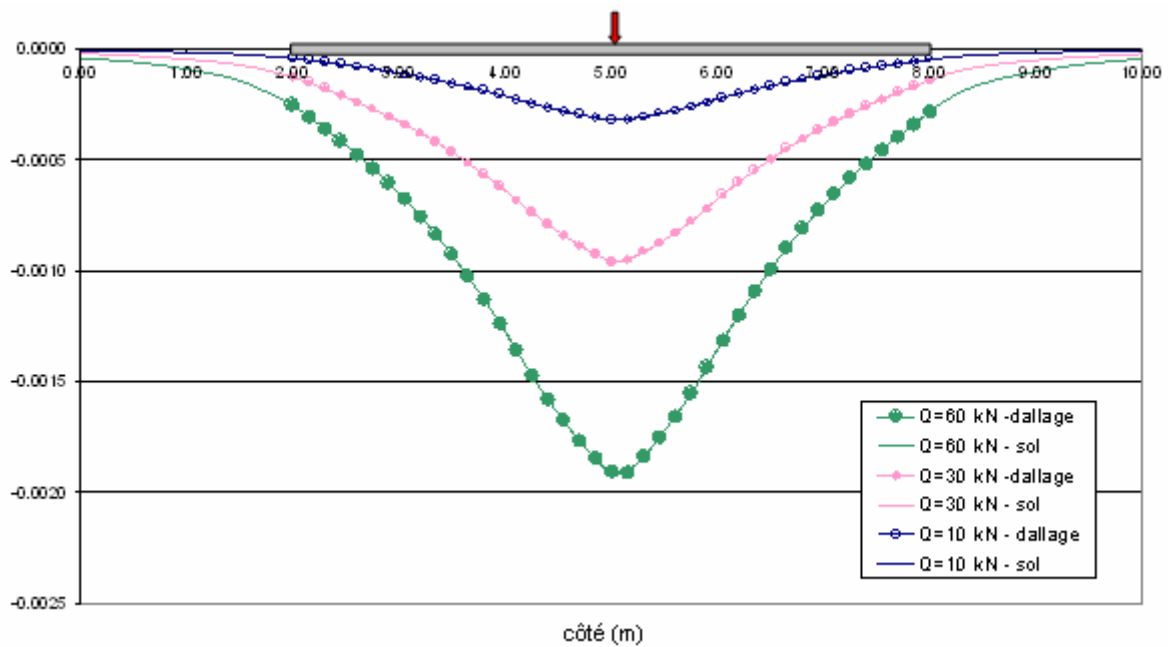


Figure 54 : Déflexions (m) pour un dallage de 20 cm d'épaisseur chargé au bord – profil PY2

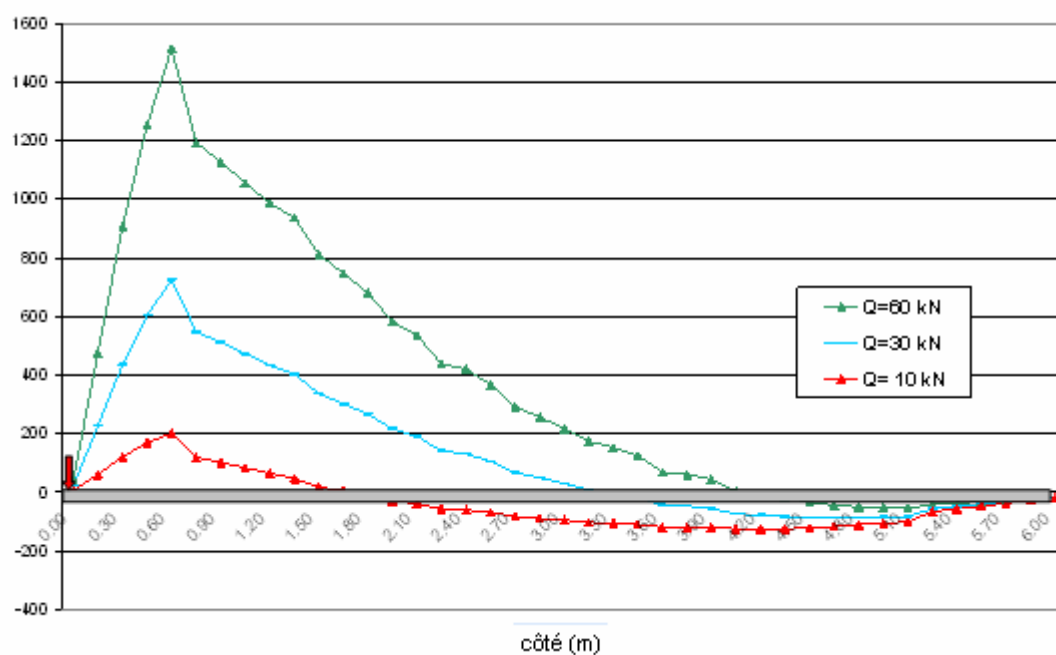


Figure 55 : Contraintes σ_{xx} (kPa) pour un dallage de 20 cm d'épaisseur chargé au bord – profil PX1 – fibre supérieure

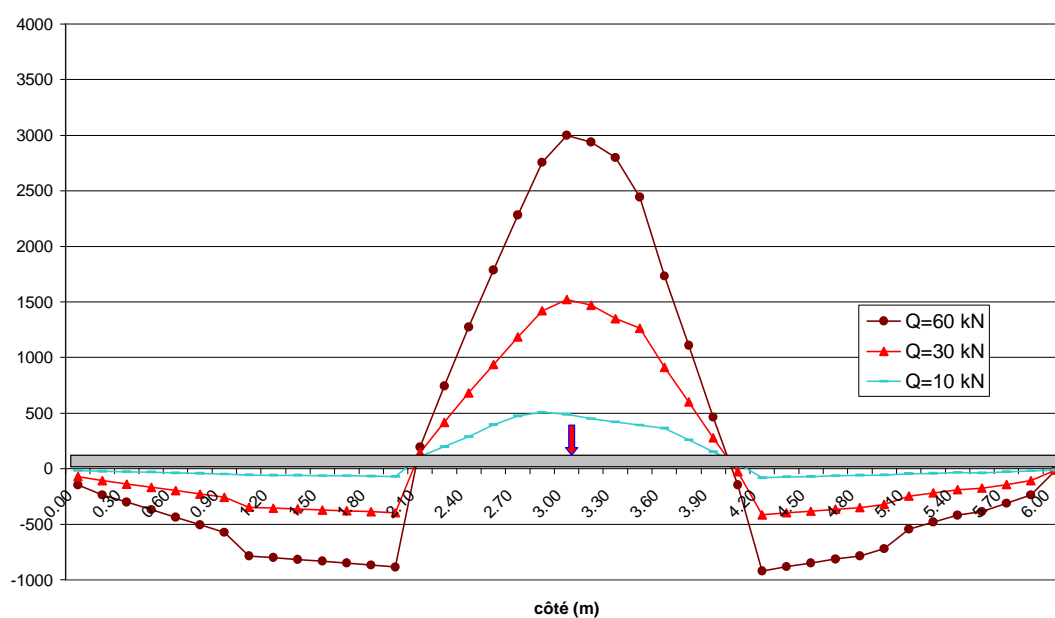


Figure 56 : Contraintes σ_{yy} (kPa) pour un dallage de 20 cm d'épaisseur chargé au bord – profil PY2 – fibre inférieure

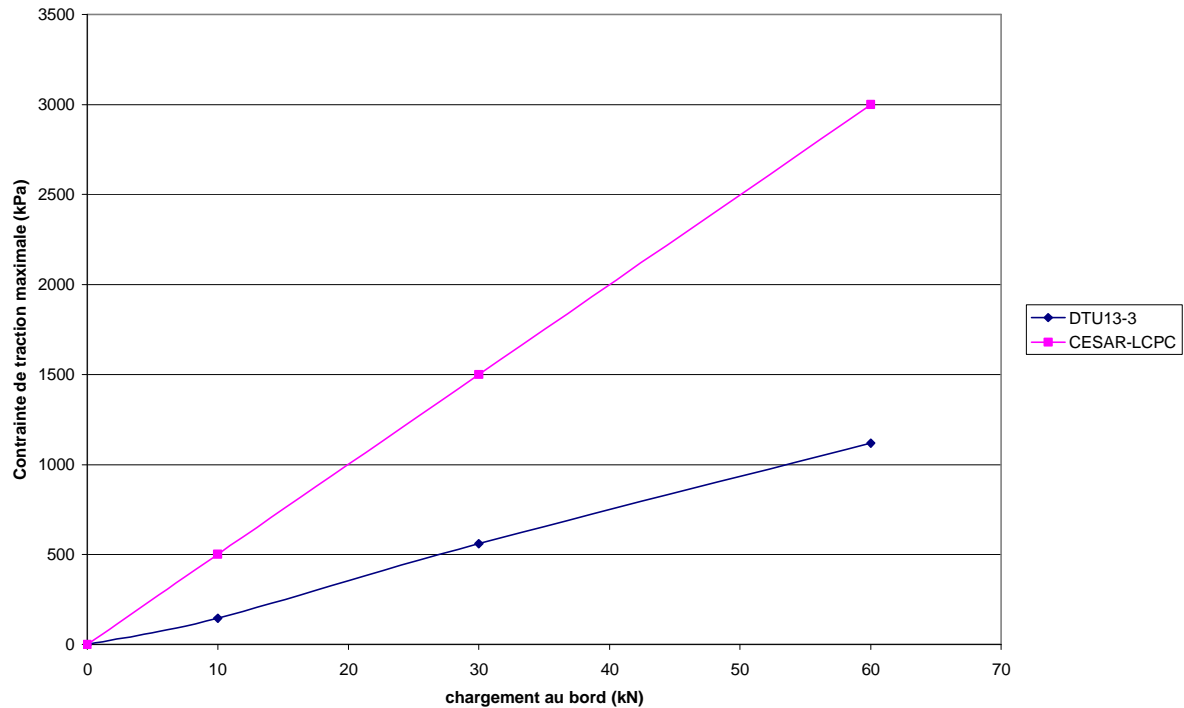


Figure 57 : comparaison des contraintes de traction maximales entre CESAR-LCPC et le DTU 13-3 pour un chargement au bord

- Charge en coin

Les contraintes de traction maximales ont été portées pour différentes intensités de charge sur la figure 58 et paraissent elles aussi linéaires en fonction de l'intensité de la charge.

En plus, l'effet du coin, paraît plus préjudiciable que l'effet de bord.

Les figures 59 et 60 représentent respectivement les déflexions subies par le dallage suivant les profils PXY et PX2 (figure 42) pour différentes intensités de chargement

Ces courbes mettent en évidence une déformée de console mais ne mettent en évidence aucun décollement du dallage. Les calculs linéaires auraient donnés les mêmes résultats. Les déflexions paraissent linaires en fonction du chargement.

Les figures 61 et 62 représentent les profils de contraintes maximales de traction vus sur les mêmes profils précédents (PY2 et PX2). La fibre supérieure du dallage est sollicitée en traction ; la contrainte maximale de traction se trouve à environ 1 m du droit du chargement sur les deux axes X et Y.

On représente alors, pour le profil PY2 les contraintes σ_{yy} et pour le profil PX2 les contraintes σ_{xx} .

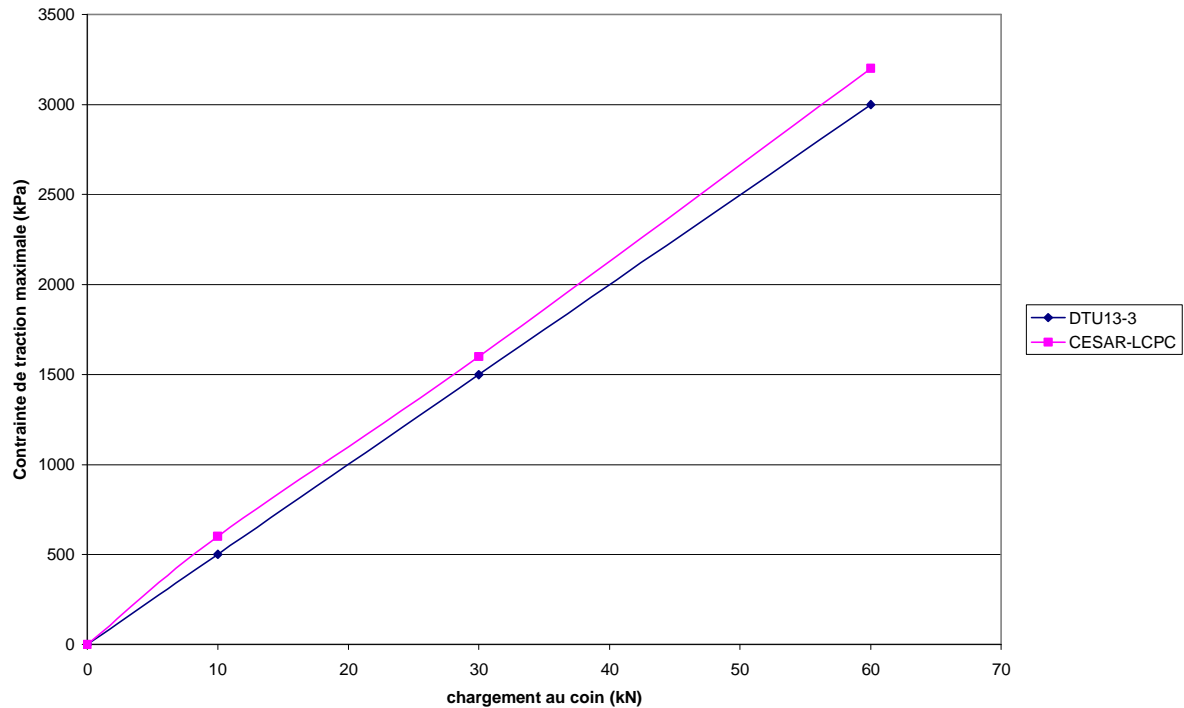


Figure 58 : Comparaison entre CESAR-LCPC et le DTU 13-3 pour le cas d'un chargement en coin

Les contraintes de traction en coin peuvent être déterminées avec le DTU 13-3 (AFNOR, 2006), elles sont présentées sur la figure 58. Elles sont inférieures de 15% aux contraintes issues des calculs du modèle CESAR (Les détails du calcul effectué avec le DTU 13-3 sont donnés dans le tableau 8). Le DTU 13-3 paraît plus pessimiste pour le cas d'un chargement en coin que pour le cas du chargement au bord qui, lui aussi, a un caractère préjudiciable non négligeable par rapport à celui du coin.

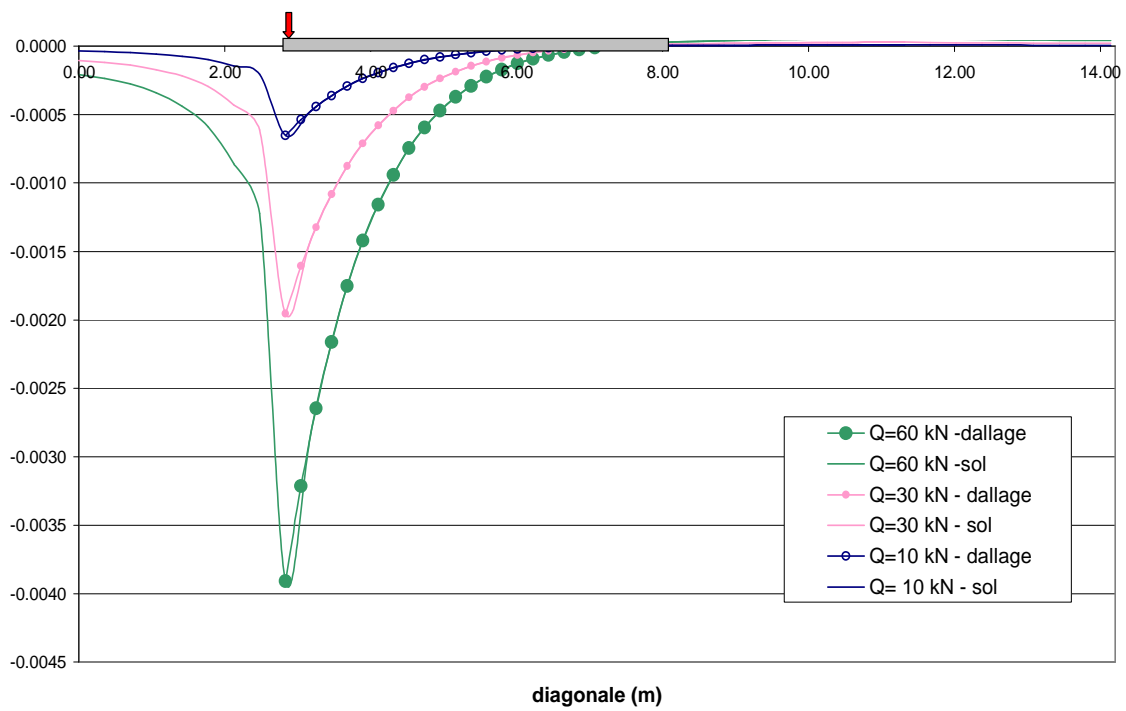


Figure 59 : Déflexions (m) - dallage de 20 cm d'épaisseur – chargement en coin – profil PXY

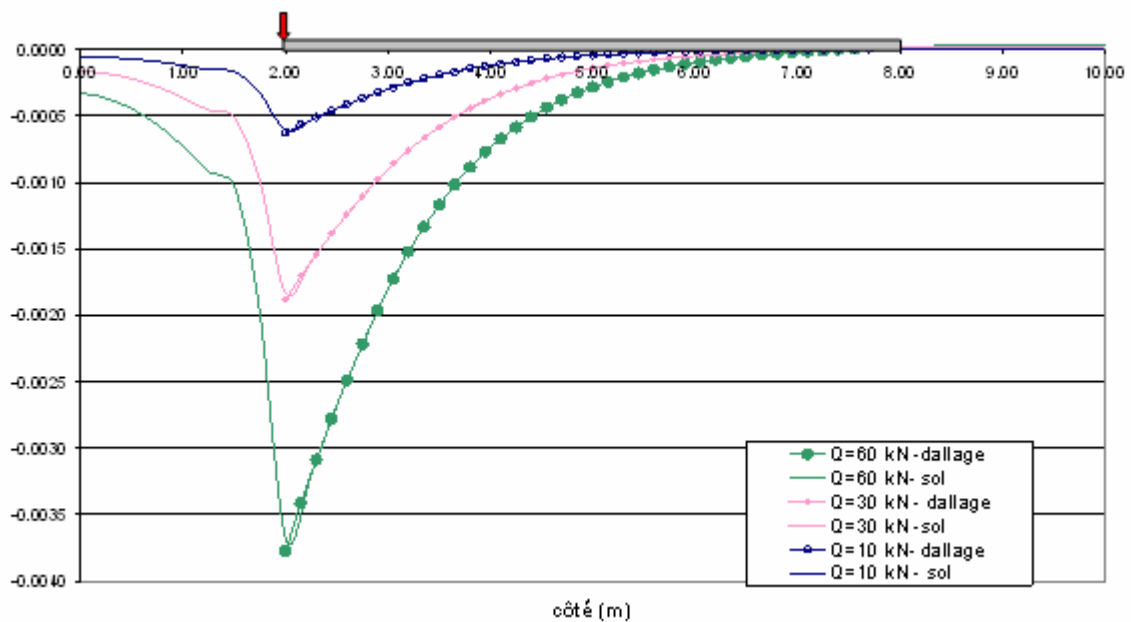


Figure 60 : Déflexions (m) - dallage de 20 cm d'épaisseur – chargement en coin – profil PX2

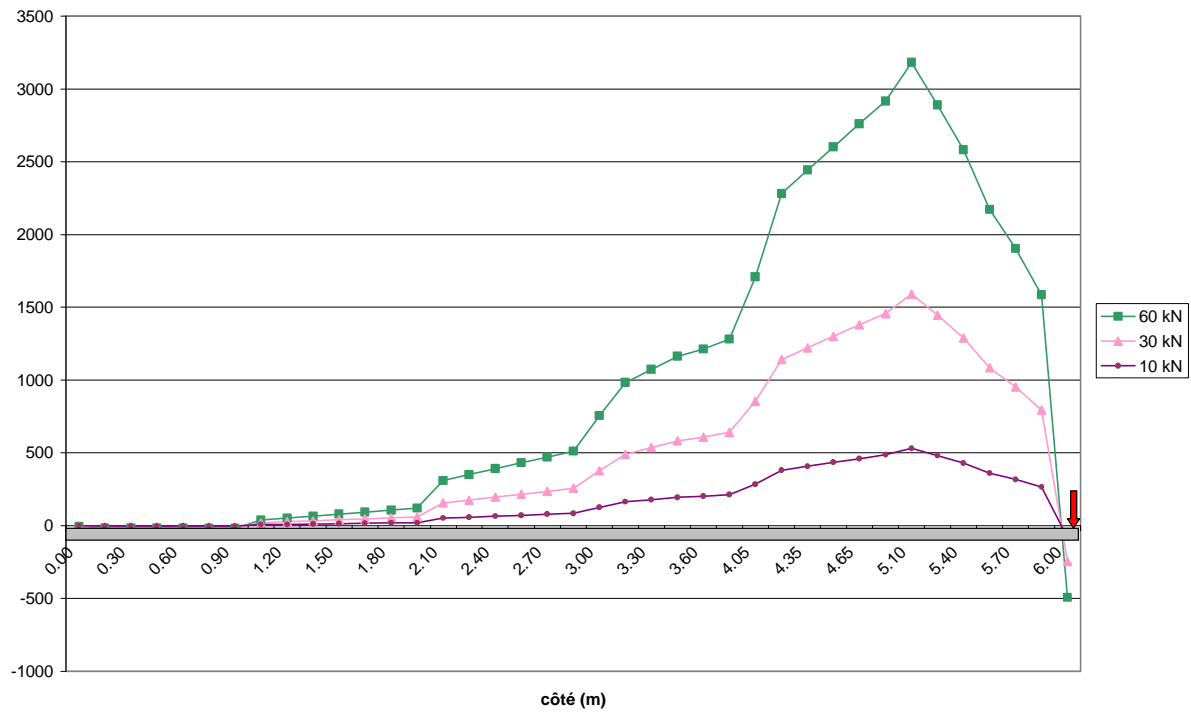


Figure 61 : Contraintes de traction σ_{yy} (kPa) sur la fibre supérieure – charge en coin- PY2

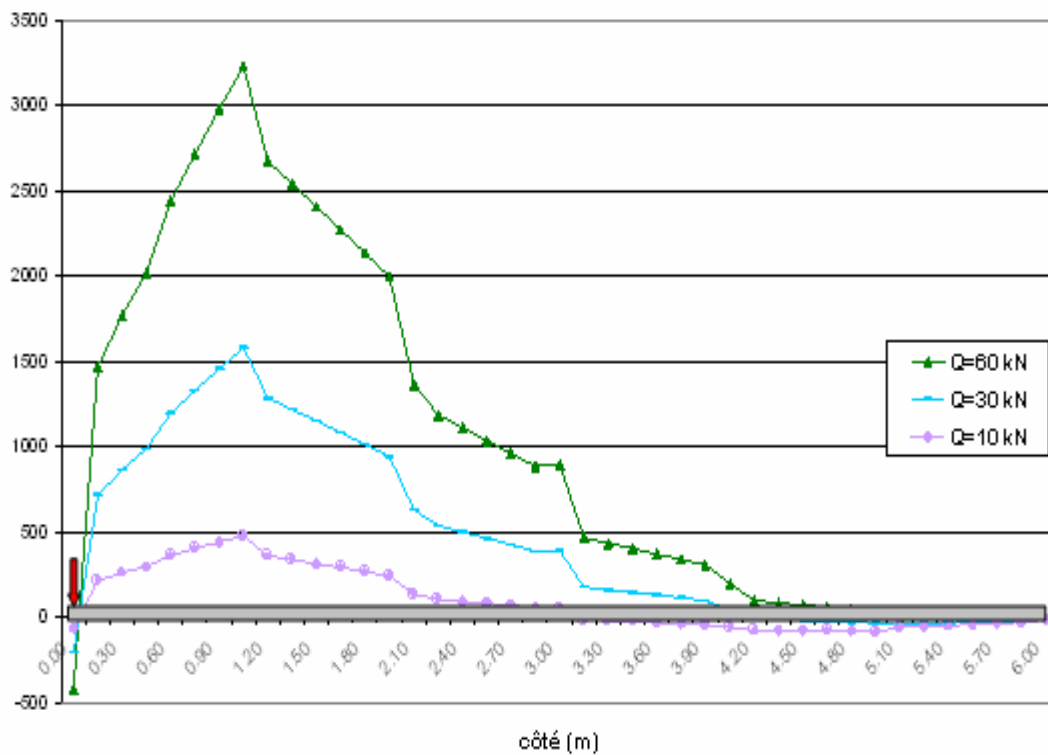


Figure 62 : Contraintes de traction σ_{xx} (kPa) sur la fibre supérieure – charge en coin- PX2

3.2.10. Influence des paramètres géométriques et mécaniques

Dans les calculs qui suivent on ne considèrera que le cas de chargement le plus défavorable pour la structure qui est celui placé en coin.

On fait varier la longueur du dallage de 1 m à 6 m puis l'épaisseur du dallage de 11 cm à 25 cm, et enfin le module d'Young de la fondation de 50 MPa et 150 MPa et on reporte les contraintes de tractions maximales vues sur la fibre supérieure du dallage sur les figures 63, 64 et 65. On reporte uniquement les résultats obtenus pour un chargement égal à 60 kN vu la linéarité en fonction du chargement.

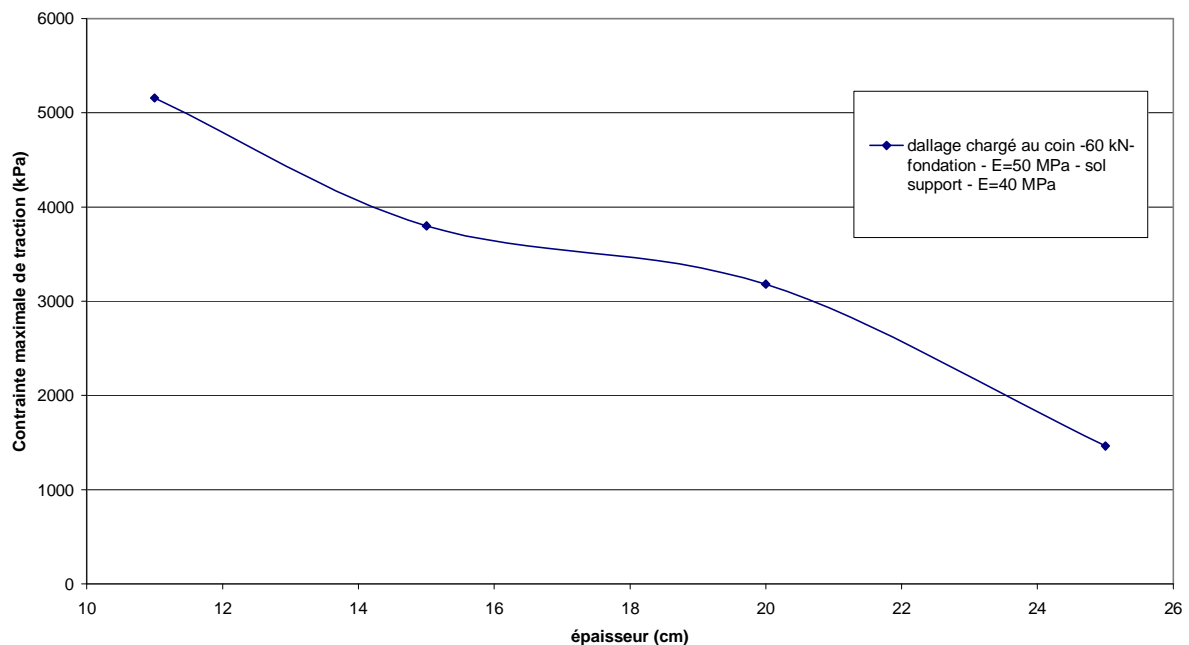


Figure 63 : effet de l'épaisseur sur les contraintes de traction σ_{xx} .

La contrainte maximale de traction est toujours située dans la fibre supérieure à 1 m de l'endroit de la charge pour les épaisseurs traitées (11 cm, 15 cm, 20 cm, 25 cm). On observe que les contraintes diminuent considérablement en passant de l'épaisseur 20 cm à l'épaisseur 25 cm. Elles diminuent de plus de 50 %. Par contre, elles restent entre 3 et 4 MPa en passant de l'épaisseur 15 cm à 20 cm. Au-dessous de l'épaisseur de 15 cm, les contraintes de traction maximales sont très élevées et dépassent la résistance à la traction du béton qui peut varier entre 2,5 à 4 MPa (figure 63).

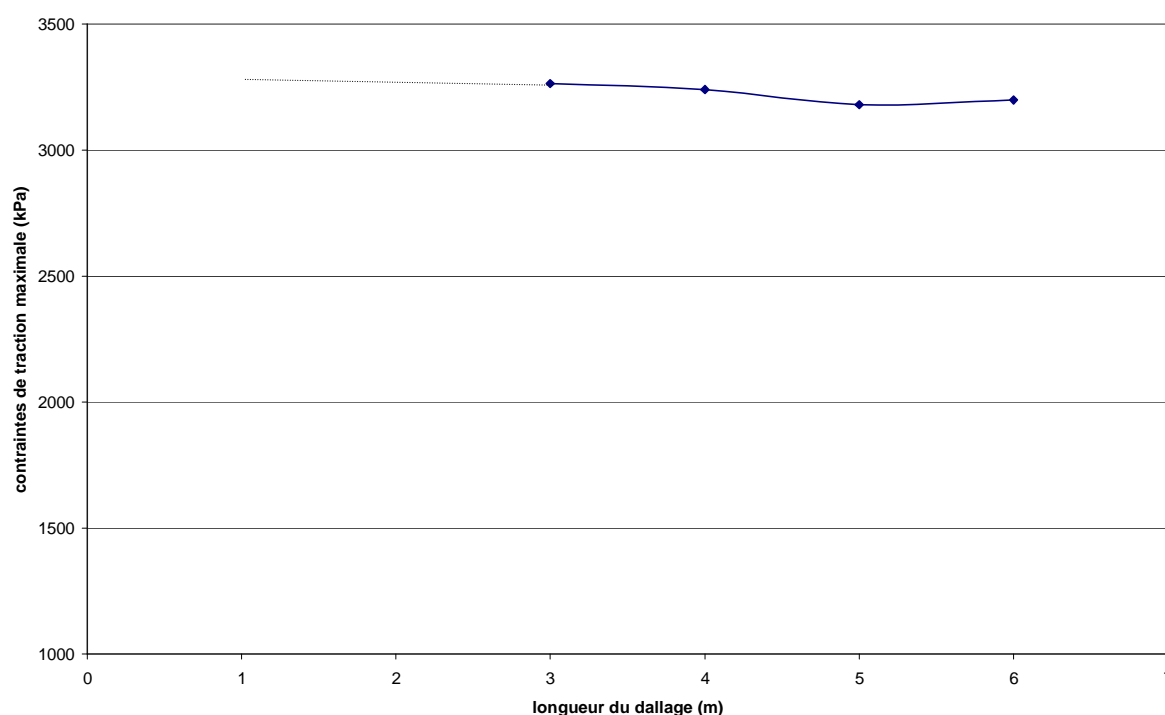


Figure 64 : effet de la longueur d'un dallage sur les contraintes de traction σ_{xx}

$E = 50$ MPa (fondation), $E = 30$ MPa (sol support) – charge en coin de 60 kN

Les contraintes maximales sont localisées toujours au même endroit pour le cas du chargement en coin (dans la fibre supérieure à 1 m du chargement) quelle que soit la longueur du dallage.

Les calculs ont été effectués pour les longueurs 1 m, 2 m, 3 m, 4 m, 5 m et 6 m. Les deux premiers n'ont pas aboutis pour des raisons de convergence. Pour les autres longueurs, on observe que les contraintes sont quasiment indépendantes de la longueur du dallage (figure 64).

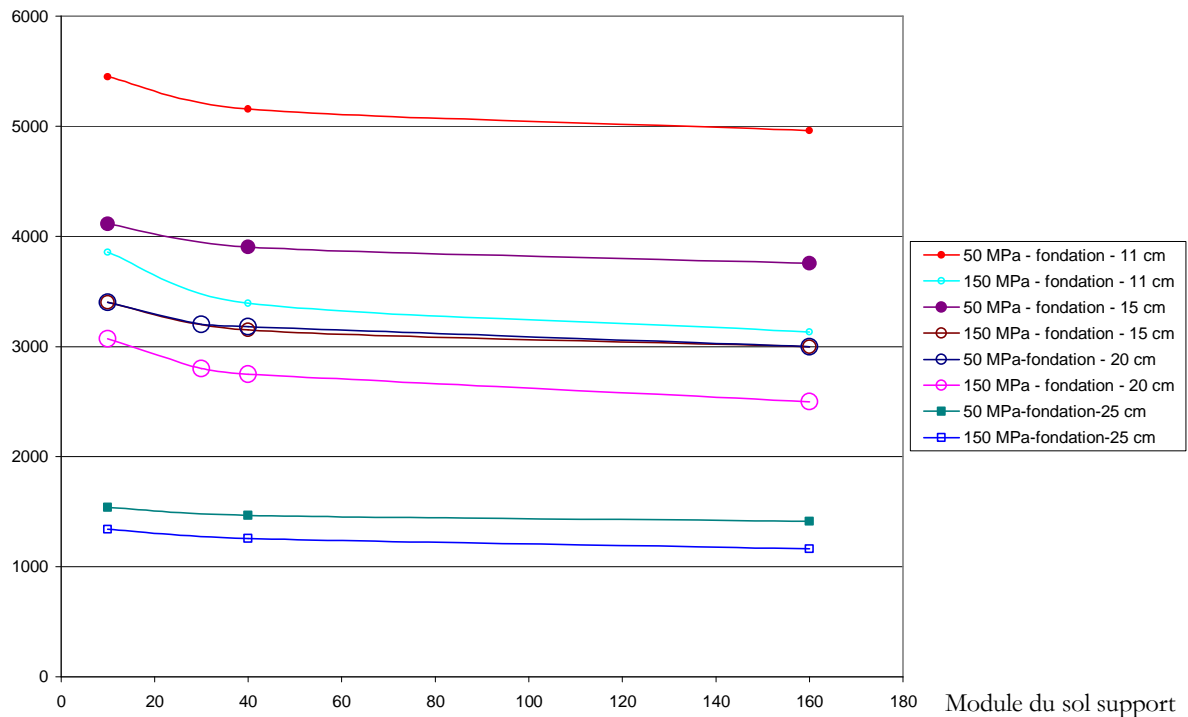


Figure 65 : Effet du module du sol sous le dallage sur les contraintes de traction σ_{xx} pour différentes épaisseurs de dallage.

On a fait varier le module de la couche de fondation de 50 à 150 MPa, mais on a également fait varier le module du sol support pour mettre en évidence l'effet des sols en profondeur. Les contraintes maximales sont toujours observées à la surface du dallage à 1 m de l'endroit du chargement (on considère toujours le cas le plus préjudiciable qui est celui du coin). On observe que le passage d'un module de 50 MPa à 150 MPa pour la fondation permet de diminuer les contraintes de 15% pour presque toutes les épaisseurs et tous les modules du sol support, sauf pour le cas de l'épaisseur 11 cm où elle diminue de près de 30% (figure 65). Etant donné que les courbes ne se coupent pas, l'épaisseur et le module de la fondation paraissent seuls déterminant la contrainte maximale dans le dallage.

3.2.11. Modélisation du retrait

Le retrait produit une différence de comportement entre la surface et la sous-face du dallage (cf. § 2.2.4). Il s'agit de l'effet de tuilage qui se manifeste par la déformation du dallage par courbure intérieure à concavité vers le haut ou vers le bas selon le signe du gradient du retrait.

Le tuilage des dallages correspond à un soulèvement des coins et des bords sous l'effet du retrait différentiel suite une variation de température et à un phénomène de séchage.

Pour le modéliser, il faudrait utiliser des lois de comportement pour le béton pour évaluer le retrait thermique et de séchage dans les calculs précédents. Ceci suppose que l'on dispose d'un code aux éléments finis capable de coupler des calculs de diffusion (Module DTNL de CESAR-LCPC) et des calculs non linéaires (module TCNL de CESAR-LCPC), ce dont on ne dispose pas. On a simulé, alors, la variation dimensionnelle dans le dallage causé par le tuilage, par l'application d'une pression non uniforme sur les quatre bords du dallage. Cette pression correspond aux contraintes qui sont l'opposé des contraintes qui compenseraient le retrait (figure 66).

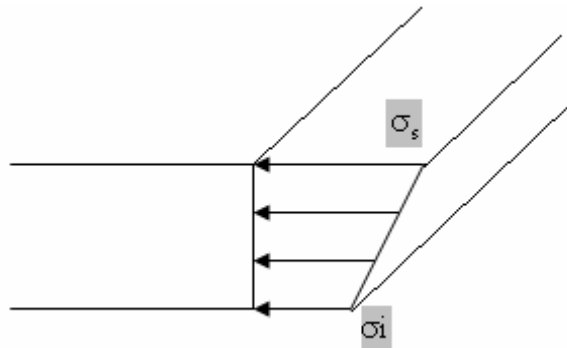


Figure 66 : diagramme de contraintes appliquées en 3D sur les bords d'un panneau de dallage pour provoquer le tuilage.

En supposant que la loi de comportement du béton est l'élasticité linéaire isotrope et que le dallage effectue un retrait linéaire sur son épaisseur. Le diagramme de contrainte appliqué est obtenu par la loi de Hooke et tel que $\sigma_s(t) = E_{diff} \epsilon_s(t)$ et $\sigma_i(t) = E_{diff} \epsilon_i(t)$. E_{diff} est le module différé du béton. Les valeurs de $\epsilon_s(t)$ et de $\epsilon_i(t)$ sont déduites de la linéarisation du diagramme de déformations de retrait à l'instant t . Sur la figure 69, la linéarisation du retrait est faite pour $t=120j$; on considère le béton de classe C25/30 utilisé pour le dallage 1 et équipé par le témoin 1 (cf. § 2.3.1.1).

Par multiplication des déformations linéaires par le module différé à 120 jours, on obtient le diagramme de contraintes à appliquer sur les quatre bords du dallage, à cet instant, pour provoquer le tuilage.

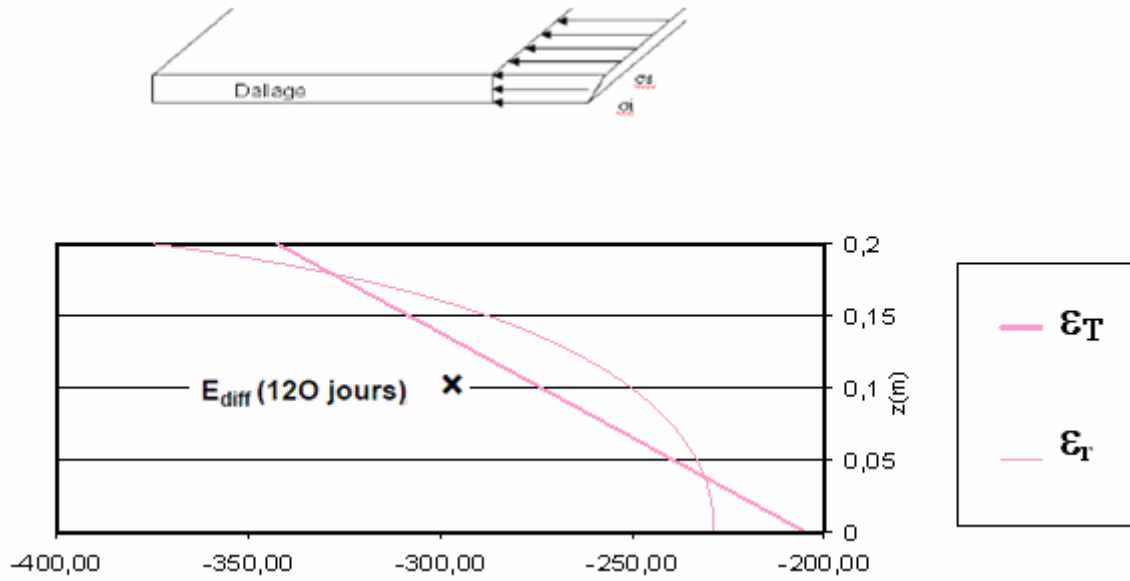


Figure 67 : obtention des contraintes appliquées à 120 jours en 3D sur les bords d'un panneau de dallage pour provoquer le tuilage (Les déformations de retrait sont celles données sur la figure 22, § 2.2.4.)

3.2.12. Notion du module différé : modélisation de l'effet du fluage

L'effet du fluage sur un dallage se traduit par la variation de son module différé. D'après l'Eurocode 2 -Annexe B (AFNOR, 2005), le module différé dépend du module initial du béton et d'une fonction Φ_0 qui tient compte du temps d'application du chargement, des dimensions du dallage, de son degré d'humidité relative et de sa résistance à la compression à 28 jours.

On rappelle que cette méthode est utilisée dans le TR34 (cf. §1.4.2), ce module y est appelé le module sécant.

Le module différé est donné par la formule [1]:

$$E_{diff}(t) = \frac{E_{initial}}{1 + \phi_0} \quad [1]$$

$$\Phi_0 = \left(1 + \frac{1 - RH / 100}{0.1 \sqrt[3]{h_0}} \alpha_1\right) \cdot \alpha_2 \cdot \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} \cdot \frac{1}{0.1 + t_0^{0.2}}$$

$$- \quad h_0 = \frac{b \times h}{b + h};$$

$$- \alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0.7} ;$$

$$- \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0.2} ;$$

- t_0 temps d'application du chargement ;
- f_{cm} résistance à la compression à 28 jours ;
- RH humidité relative ;
- b largeur du dallage ;
- h épaisseur du dallage.

3.2.13. Etude de l'effet du retrait et du fluage

Pour effectuer cette étude, on s'est basé sur les déformations de retrait obtenues pour le béton ayant une résistance à la compression à 28 jours égale à 25 MPa et qui a été instrumenté par le témoin n°1 dans le dallage 1 dans le dallage réalisé pour la campagne expérimentale réalisée en Bourgogne (cf. § 2.3.1.1.).

On rappelle qu'on a pris les valeurs suivantes des paramètres du modèle :

$T_0=20^\circ\text{C}$, $C_0=90 \text{ kg/m}^3$, $C_{eq}=30 \text{ kg/m}^3$, $A= 8.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$, $k= 5. 10^{-6}\text{m}^3/\text{kg}$, $\alpha=10^{-5} \text{ m/m/}^\circ\text{K}$ et $\beta=100.10^{-6} \text{ m/m}$.

L'application d'une pression non linéaire sur les bords du dallage étant impossible, l'hypothèse de considérer que le retrait est linéaire s'avère nécessaire. Ceci revient à calculer les déformations effectives ε_T subies dans le cadre de la conservation de la planéité des sections. Elles pourront être calculées directement par une régression linéaire de $\varepsilon_r(t)$.

Les déformations de retrait totales et effectives sont présentées sur la figure 68.

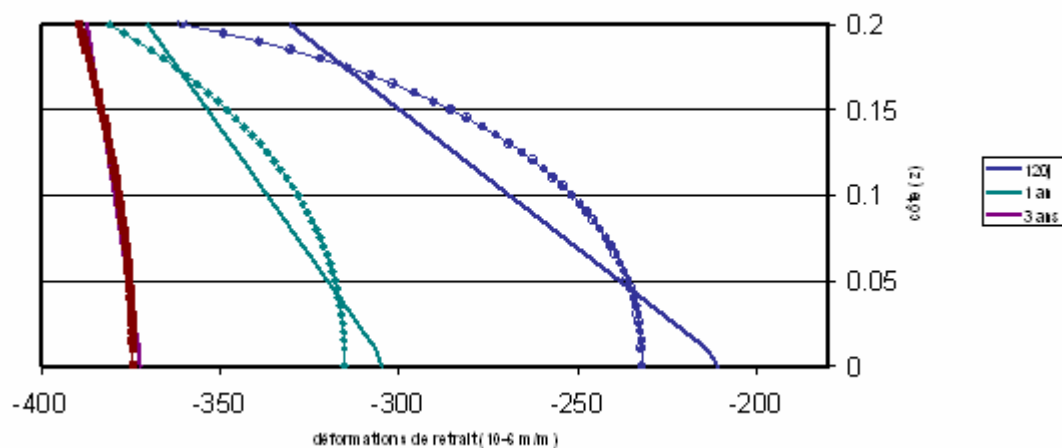


Figure 68 : déformations effectives suite à la linéarisation des déformations de retraits utilisées pour le calcul aux éléments finis CESAR-LCPC.

Les calculs aux éléments finis avec CESAR-LCPC montrent que, dans ce cas qui correspond à un raccourcissement du dallage, les bords du dallage se soulèvent : c'est le phénomène de tuilage qui a pour effet néfaste de faire basculer le dallage au passage d'une charge roulante, surtout dans certains cas de rigidités de fondation faible (détérioration de la fondation due à une circulation d'eau par exemple), ce qui conduit à une majoration des contraintes en surface du dallage au voisinage du coin. Des fissures et des ruptures se produisent.

Les figures 69 et 70 montrent les profils de déflexion de la base du dallage pour différents instants 120 jours, un an et trois ans, selon les profils PXY et PX2 (figure 42). Le dallage se trouve décollé de la surface de la fondation de 1 m de part et d'autre. La surface d'appui sur le sol se réduit à 4 m de largeur. Sur son côté, le dallage subit un déplacement vertical différentiel de 0,6 mm ; par contre, il subit un déplacement différentiel supérieur suivant sa diagonale, pour atteindre environ 1,2 mm. Le phénomène de tuilage est donc plus accentué en coins d'un dallage. On montre sur la figure 71 la déformée du maillage sous l'effet du retrait à 365 jours.

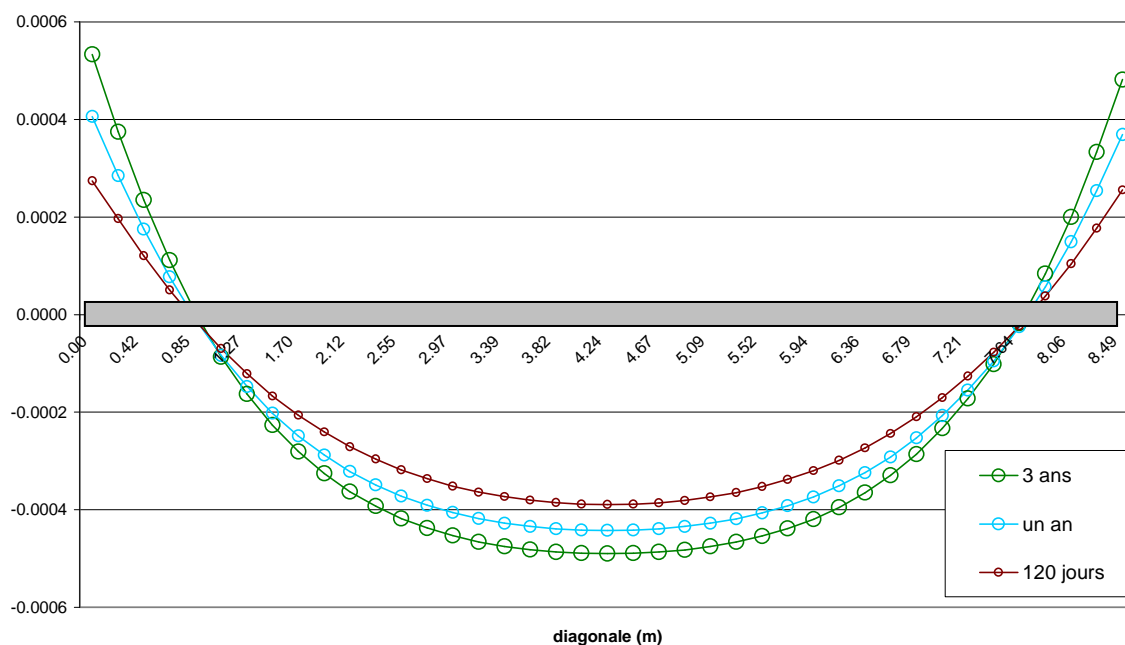


Figure 69 : déflexions (m) sous l'effet du retrait - dallage 20 cm – béton C25/30, selon le profil PXY

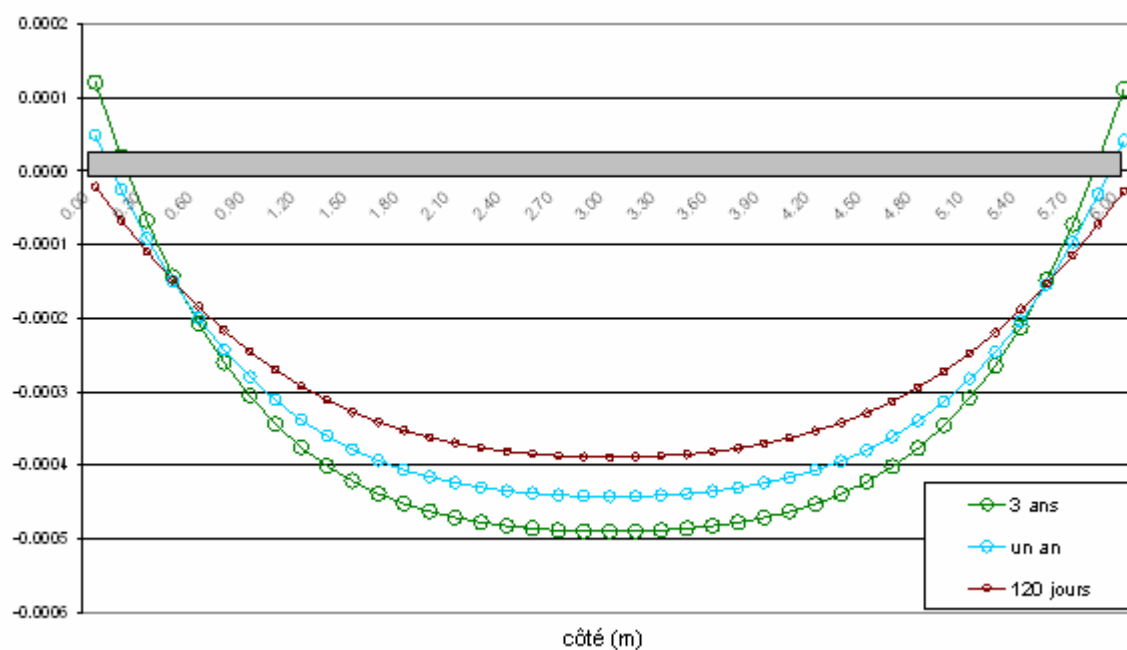


Figure 70 : déflexions (m) sous l'effet du retrait - dallage 20 cm – béton C25/30, selon le profil PX1

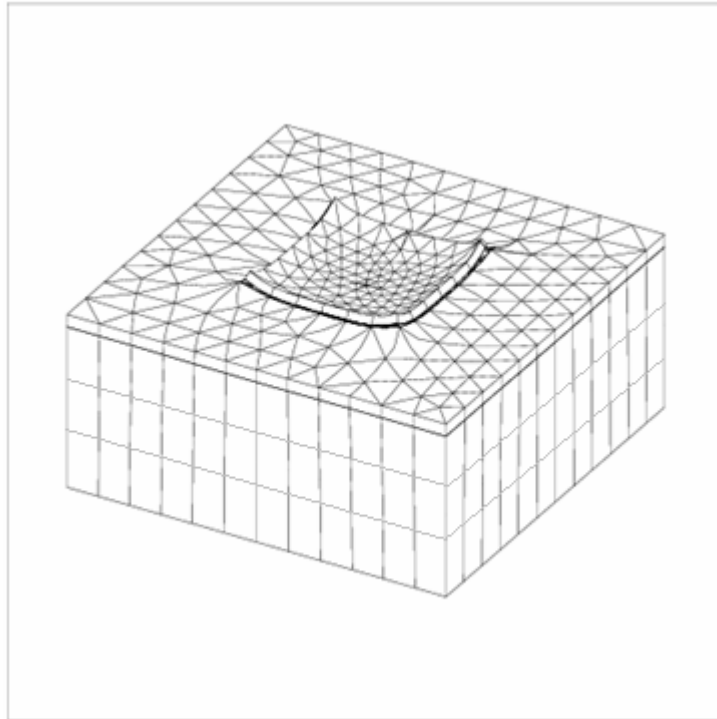


Figure 71 : Déformée du maillage à 365 jours (échelle 1/5 sur la zone déformée)

Dans d'autres cas, les calculs montrent que le dallage se déforme dans l'autre sens, c'est-à-dire, avec une concavité vers le bas. Le dallage n'est reposé que sur son pourtour.

En effet, en considérant le même béton utilisé dans l'étude précédente mais avec une température extérieure très élevée ($T_0 = 40^\circ\text{C}$), on obtient le diagramme de déformations présenté sur la figure 72.

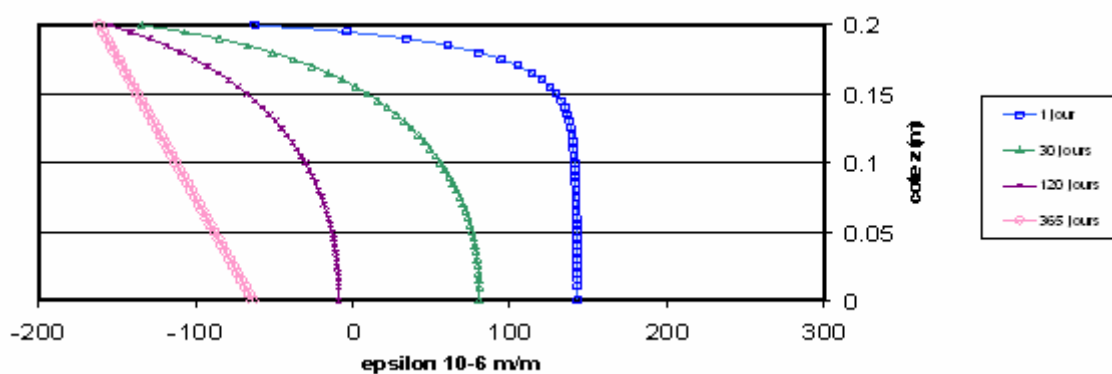


Figure 72 : déformations de retrait utilisées pour le calcul CESAR dans le cas d'un gradient thermique

Après linéarisation des déformations précédentes, on obtient les déformations de retrait effectives de la figure 73, pour le premier jour et le trentième jour depuis la fabrication du béton.

On s'intéressera aux instants qui ne dépassent pas 120 jours car pour les temps qui viennent après le dallage se trouve en état de raccourcissement, comme dans le cas de l'étude précédente.

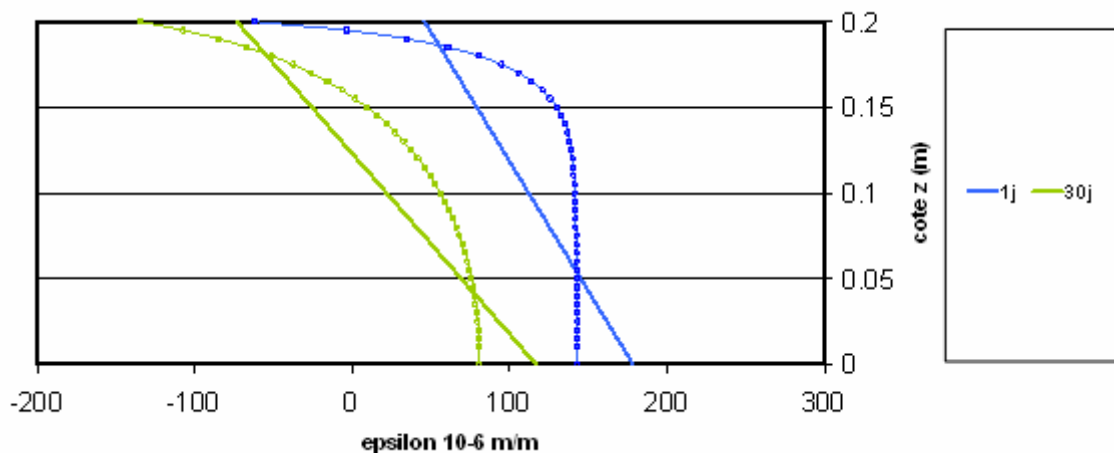


Figure 73 : déformations effectives dans le cas d'un gradient de température

En appliquant les pressions correspondantes aux déformations effectives sur la figure 73 sur les quatre bords du dallage, on obtient les déflexions montrés sur les figures 74 et 75 de la base du dallage et de la surface de la fondation suivant les deux profils PXY et PX1.

On n'a pas de décollement entre la base du dallage et la surface de la fondation ; par contre, on a un soulèvement de la fondation d'environ 0,45 mm. De plus, dans ce cas, le dallage subit un déplacement vertical différentiel plus accentué sur la diagonale PXY que sur le côté PX1 pour atteindre 1,1 mm pour 30 jours.

La déformée du maillage suite à une dilatation thermique à 30 jours est donnée sur la figure 76.

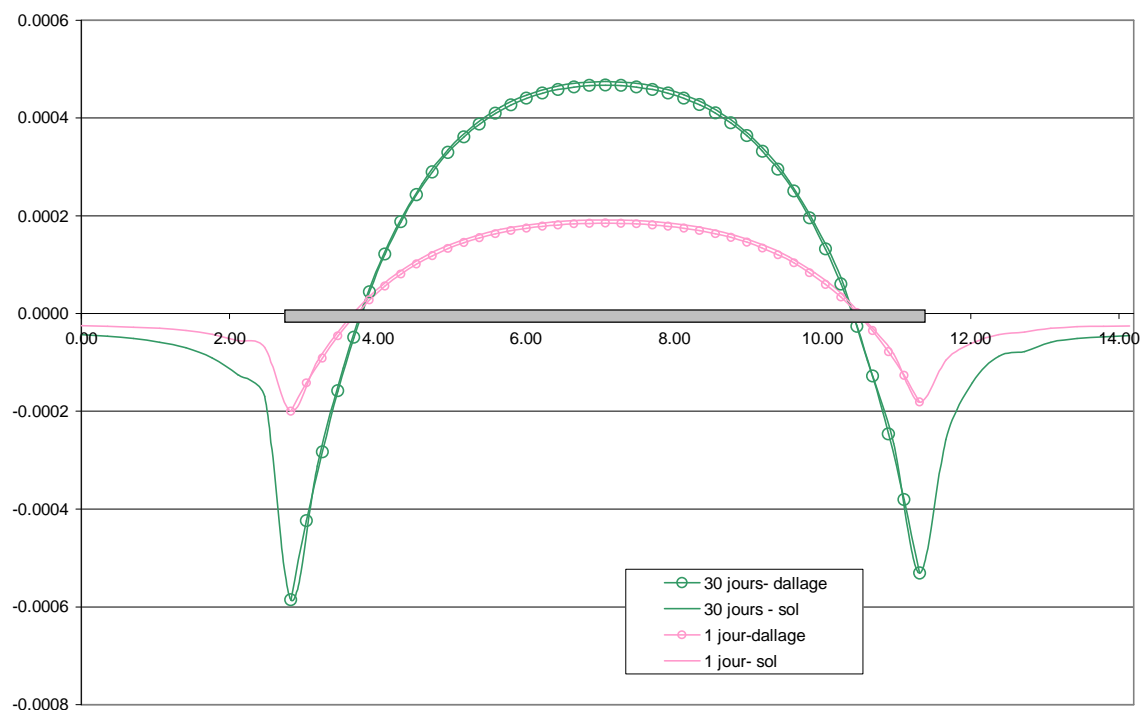


Figure 74 : déflexions (m) sous l'effet d'un gradient de température – dallage 20 cm d'épaisseur – profil PXY

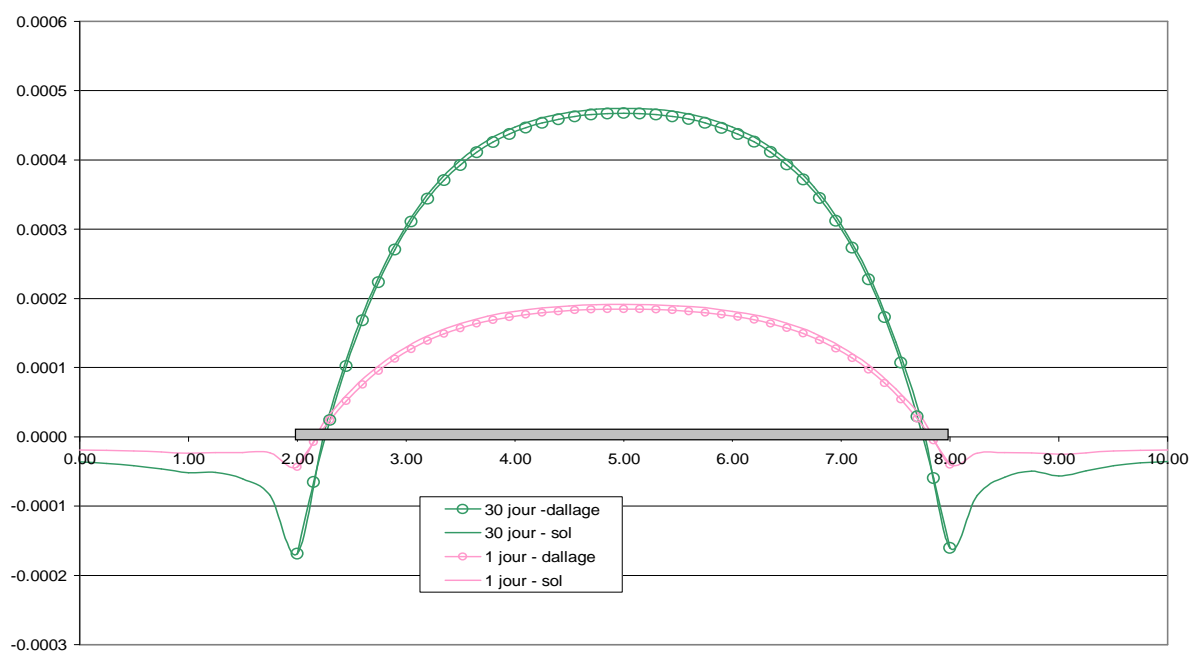


Figure 75 : déflexions (m) sous l'effet d'un gradient de température – dallage 20 cm d'épaisseur – profil PX1

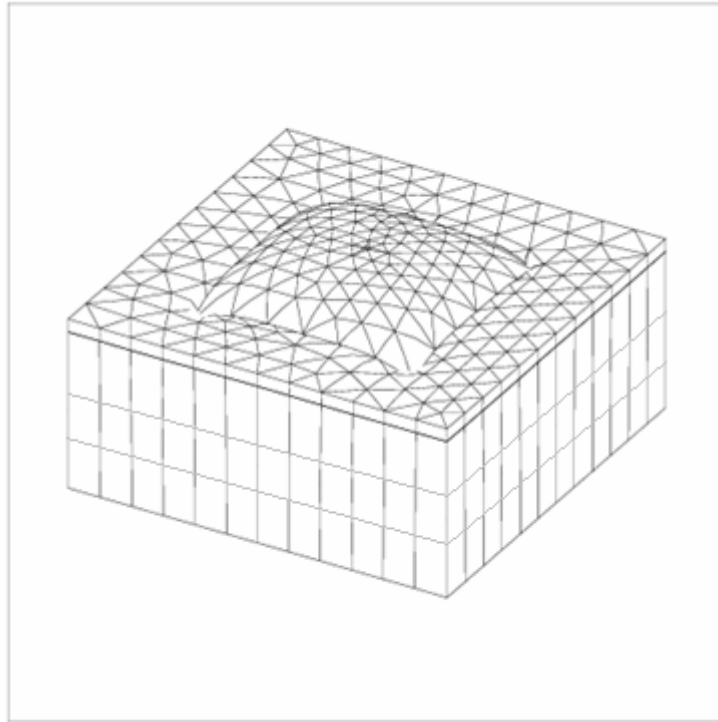


Figure 76 : Déformée du maillage à 30 jours (échelle 1/5 sur la zone déformée)

3.2.14. Effet d'une charge statique combinée au retrait et au fluage

On examine ici les effets combinés de la charge statique en différentes localisations, du retrait et de la variation du module différé. Ce double chargement correspond à des situations de chargement de structure réelles.

On considère trois localisations du chargement : le centre, le bord et le coin. Ces charges sont toujours appliquées sur une surface carrée de 10 cm de côté et ont pour intensité 60 kN. Le béton du dallage est celui utilisé au § 2.3.1.1 et qui a pour caractéristiques $T_0=20^\circ\text{C}$, $C_0=90 \text{ kg/m}^3$, $C_{eq}=30 \text{ kg/m}^3$, $A= 8.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$, $k= 5.10^{-6}\text{m}^3/\text{kg}$, $\alpha=10^{-5} \text{ m/m/}^\circ\text{K}$ et $\beta=100.10^{-6} \text{ m/m}$.

On considère le module différé du béton donné par l'EUROCODE 2 – Annexe B à 120 jours et à 365 jours. On rappelle que le diagramme de retrait correspondant est représenté sur la figure 68 au §.3.2.13.

- *Charge au centre*

On représente sur la figure 77 les déflexions de la base du dallage et de la surface de la fondation suivant le profil PXY à 120 jours et à 365 jours et sur la figure 78 la déformée du maillage sous l'effet du retrait et la charge au centre à 365 jours.

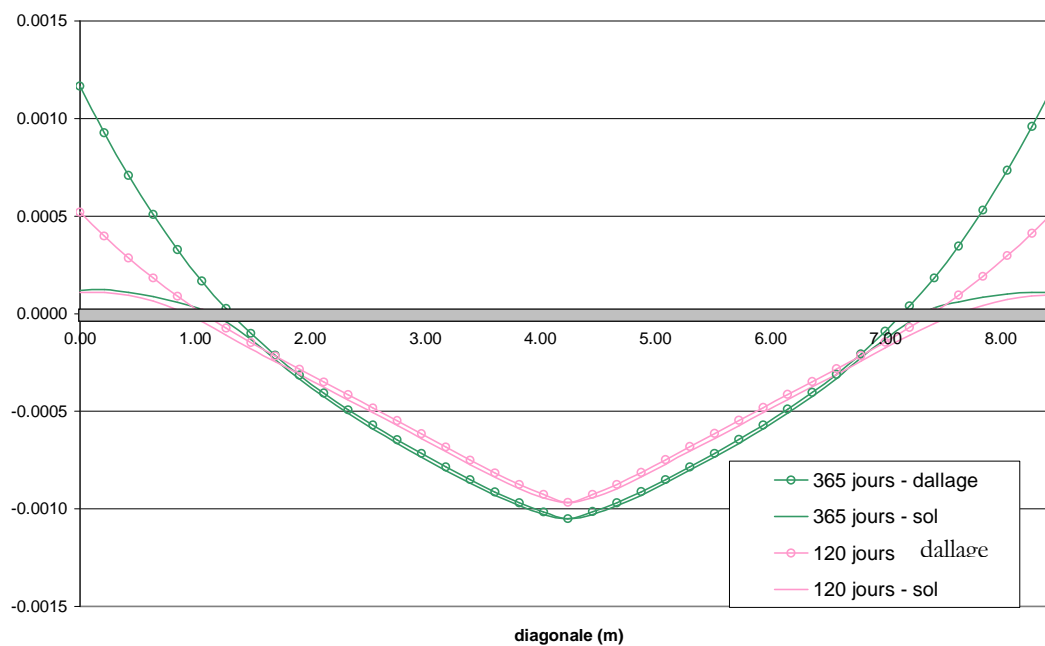


Figure 77 : Déflexions (m) – dallage 20 cm – chargé au centre – $Q=60$ kN – profil PXY

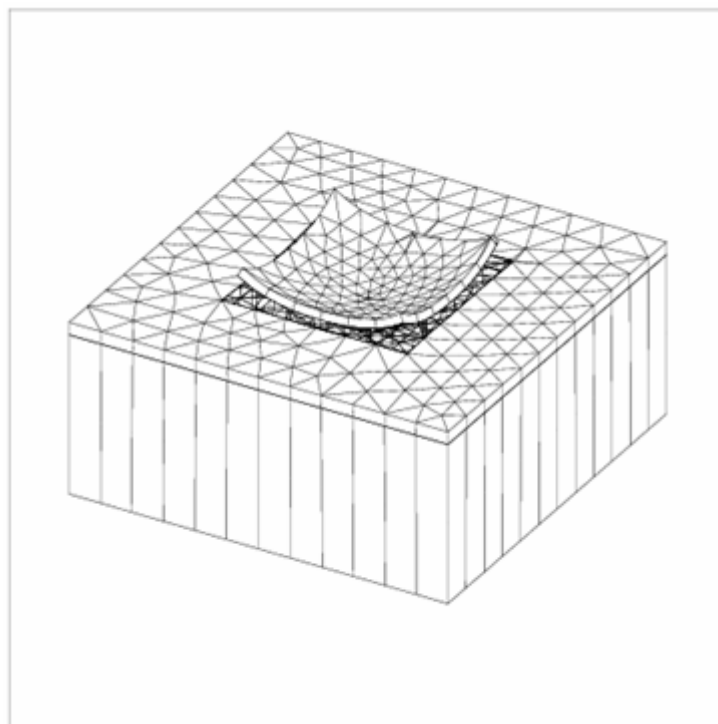


Figure 78 : déformée du maillage à 365 jours (échelle 1/5 sur la zone déformée)

La longueur du dallage décollé à 365 jours est supérieure à celle obtenue à 120 jours pour atteindre environ 1,5 m tout au long du pourtour. Sous l'action de ce double chargement le tassement au centre et les soulèvements au bords augmentent par rapport au cas du dallage sous l'effet du retrait seul.

Les contraintes de traction maximales sont obtenues en retranchant le diagramme de pression appliqué pour obtenir l'effet tuilage (figure 79).

A titre d'exemple, le module différé à 120 jours est égal à 17993 MPa. Les déformations de retrait à la surface et à la base du dallage sont respectivement égales à $325 \cdot 10^{-6}$ m/m et $225 \cdot 10^{-6}$ m/m. Le diagramme de pression linéaire qui est appliqué pour provoquer le tuilage sur un bord du dallage ayant pour normale le vecteur x est obtenu par les deux points définis dans le plan (z,x) par : $(325 \cdot 10^{-6} \times 17993, 0.2)$ et $(225 \cdot 10^{-6} \times 17993, 0)$.

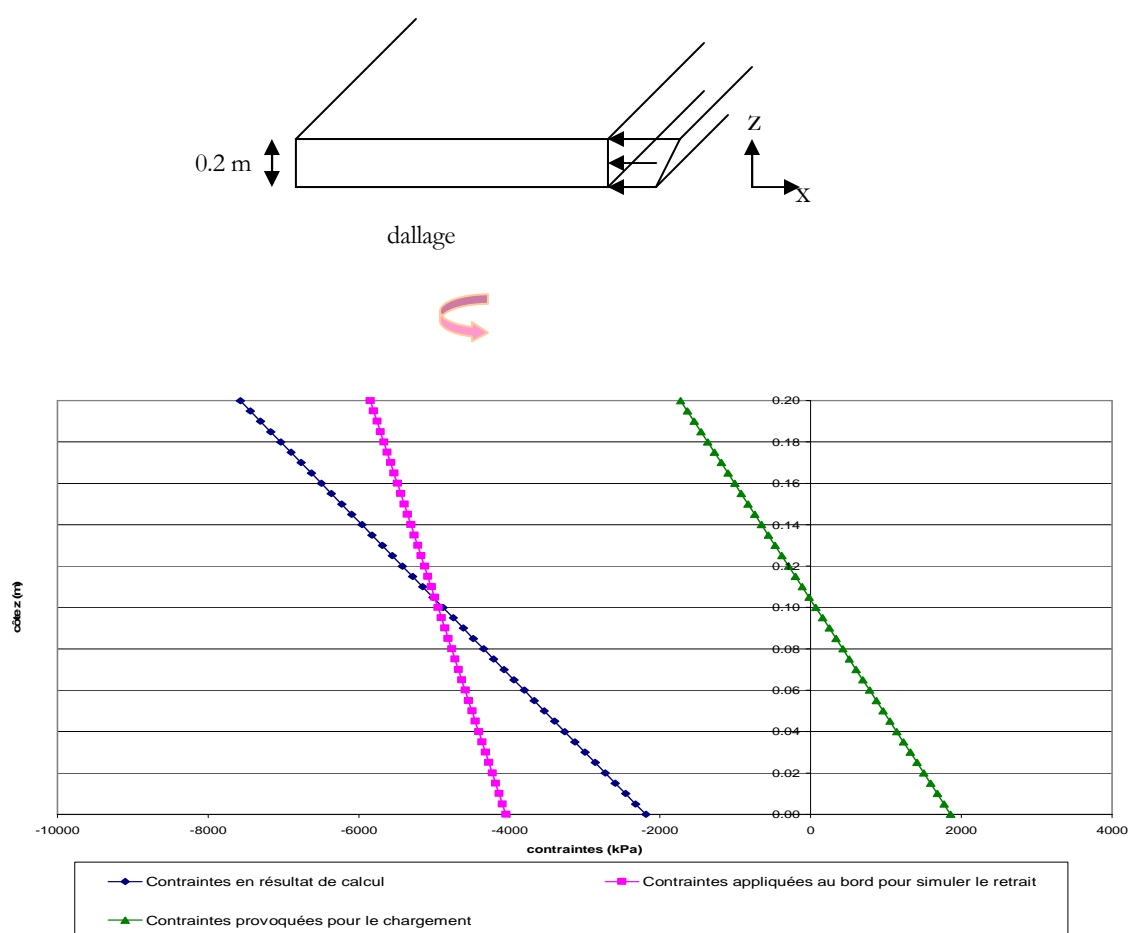


Figure 79 : Diagrammes de contraintes effectives σ_{xx} sur une section droite après retrait et avec un chargement au centre $Q=60$ kN

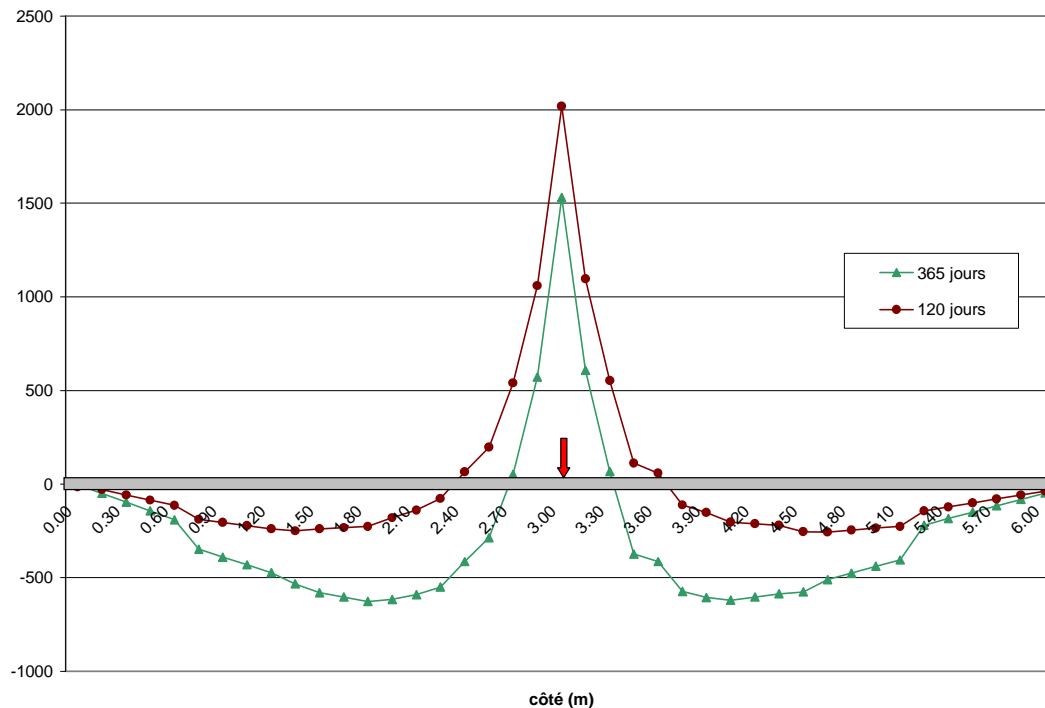


Figure 80 : Contraintes σ_{xx} (kPa) de traction dans la fibre inférieure – cas d’une charge au centre – profil PX1

Le diagramme de contraintes situées sur la fibre inférieure sur le profil PX1 après correction est donné sur la figure 80. On met donc en évidence un certain effet de relaxation, les contraintes diminuent au cours du temps

- *Charge au bord*

On représente, sur les figures 81 et 82, les déflexions de la base du dallage et de la surface de la fondation suivant les profils PX1 et PY2 (figure 42), ainsi que la déformée du maillage à 365 jours sur la figure 83. La longueur de décollement du dallage de sa fondation varie en fonction du temps de 60 cm à 120 jours à 1 m à 365 jours. Les soulèvements obtenus avec le DTU 13-3 (AFNOR, 2006) sont peu différents de ceux obtenus avec le modèle aux éléments finis CESAR à long terme. Le DTU 13-3 donne un soulèvement de 1,2 mm à long terme alors que le modèle aux éléments finis donne un soulèvement de 0,8 mm mais ce soulèvement peut encore augmenter avec le temps sachant que le soulèvement final atteint 1,5 mm à 10 ans, résultat de simulation faite mais pas présenté ici.

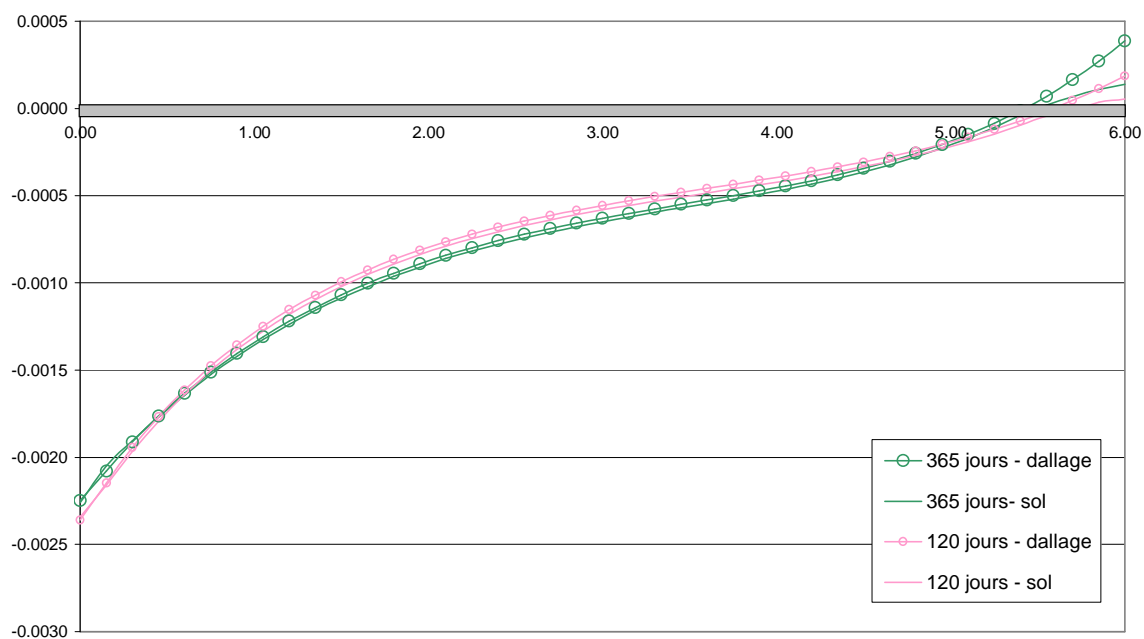


Figure 81 : déflexions (m) - dallage 20 cm – chargé au bord $Q=60$ kN à 120 jours et 365 jours- profil PX1

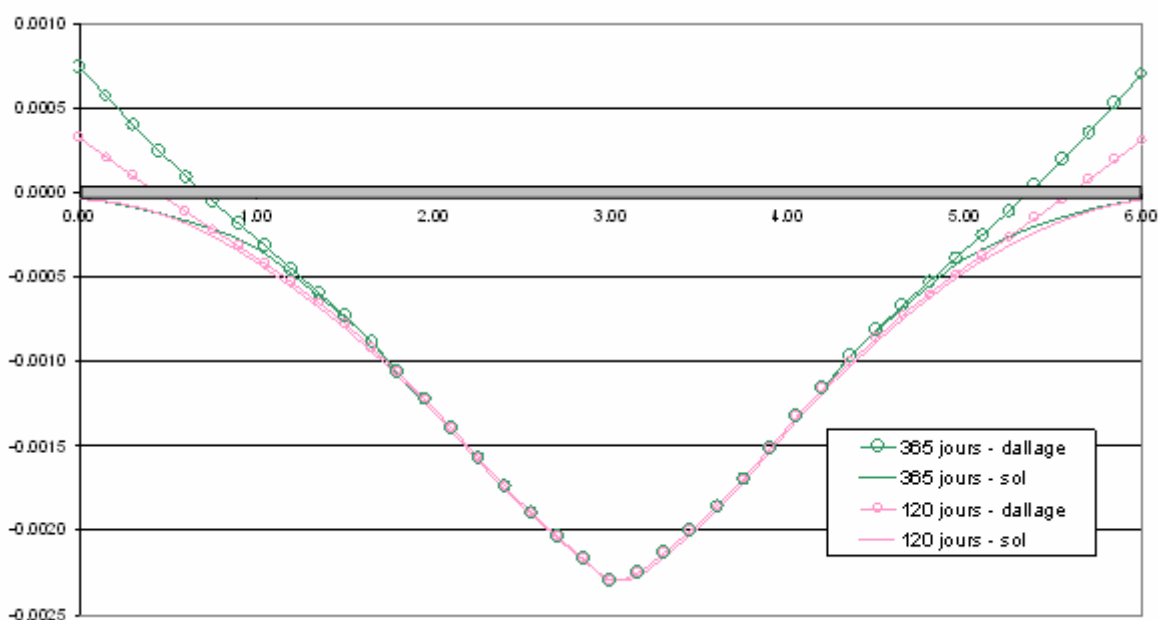


Figure 82 : déflexions (m) - dallage 20 cm – chargé au bord $Q=60$ kN à 120 jours et 365 jours- profil PY2

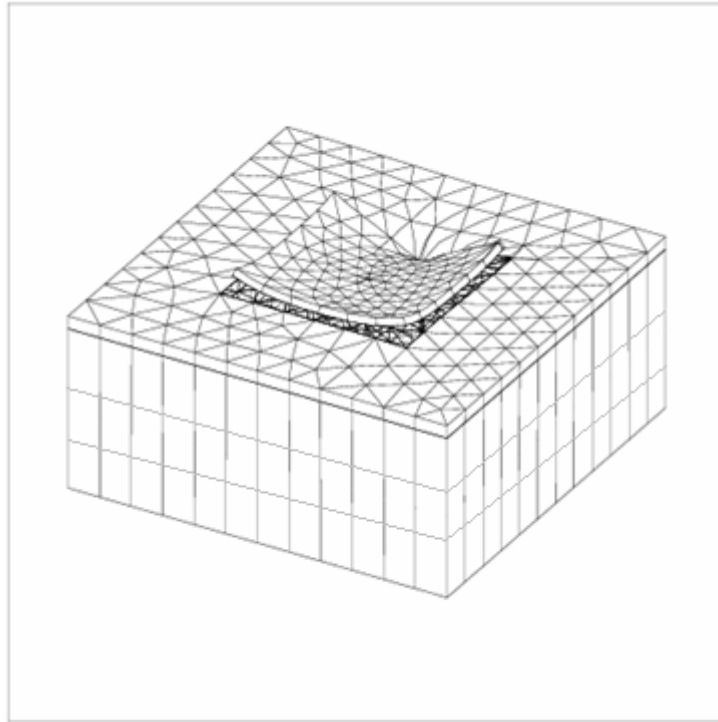


Figure 83 : déformée du maillage à 365 jours (échelle 1/5 sur la zone déformée)

Le diagramme de contraintes situées sur la fibre supérieure sur le profil PX1 après correction est donné sur la figure 84. Les contraintes augmentent au cours du temps.

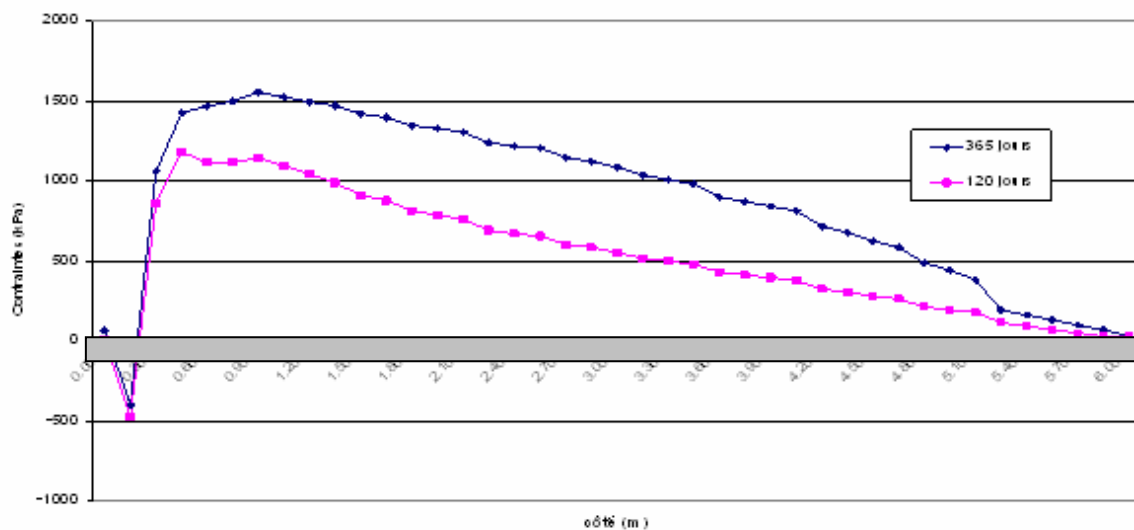


Figure 84 : Contraintes σ_{xx} (kPa) – fibre supérieure - dallage 20 cm – chargé au bord $Q=60$ kN à 120 et 365 jours- profil PX1

Le diagramme de contraintes situées sur la fibre inférieure sur le profil PY2 après correction est donné sur la figure 85. On met en évidence cette fois-ci un certain effet de relaxation, les contraintes diminuent au cours du temps.

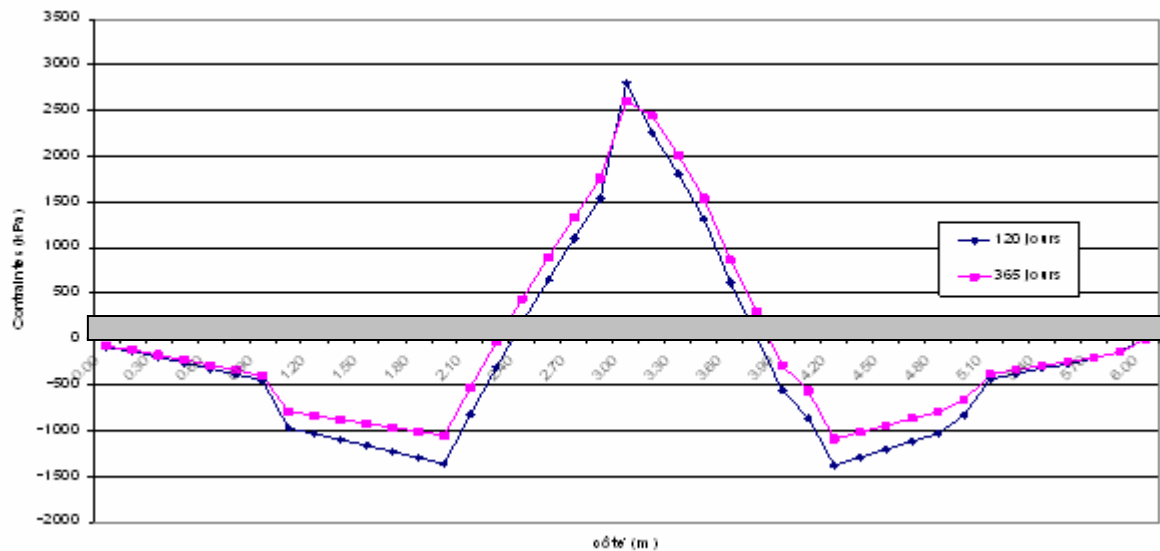


Figure 85 : Contraintes σ_{yy} (kPa) – fibre inférieure - dallage 20 cm – chargé au bord $Q=60$ kN à 120 et 365 jours- profil PY2

- *Charge en coin*

Ce cas de chargement paraît similaire au cas précédent. On représente, sur les figures 86 et 87, les déflexions de la base du dallage et de la surface de la fondation suivant les profils PXY et PX2. La longueur de décollement du dallage de sa fondation varie en fonction du temps et en fonction du profil, de 60 cm à 120 jours à 1,2 m à 365 jours, pour le profil PXY, et de 1,5m à 120 jours à 3 m à 365 jours, pour le profil PX2. Les soulèvements obtenus avec le DTU 13-3 (AFNOR, 2006) sont très similaires à ceux obtenus avec le modèle CESAR à long terme. Le DTU 13-3 donne un soulèvement de 1,2 mm à long terme. Le modèle aux éléments finis CESAR-LCPC donne un soulèvement de 1,1 mm mais ce soulèvement peut encore augmenter avec le temps sachant que le soulèvement final atteint 1,5 mm à 10 ans (résultat de simulation non présenté).

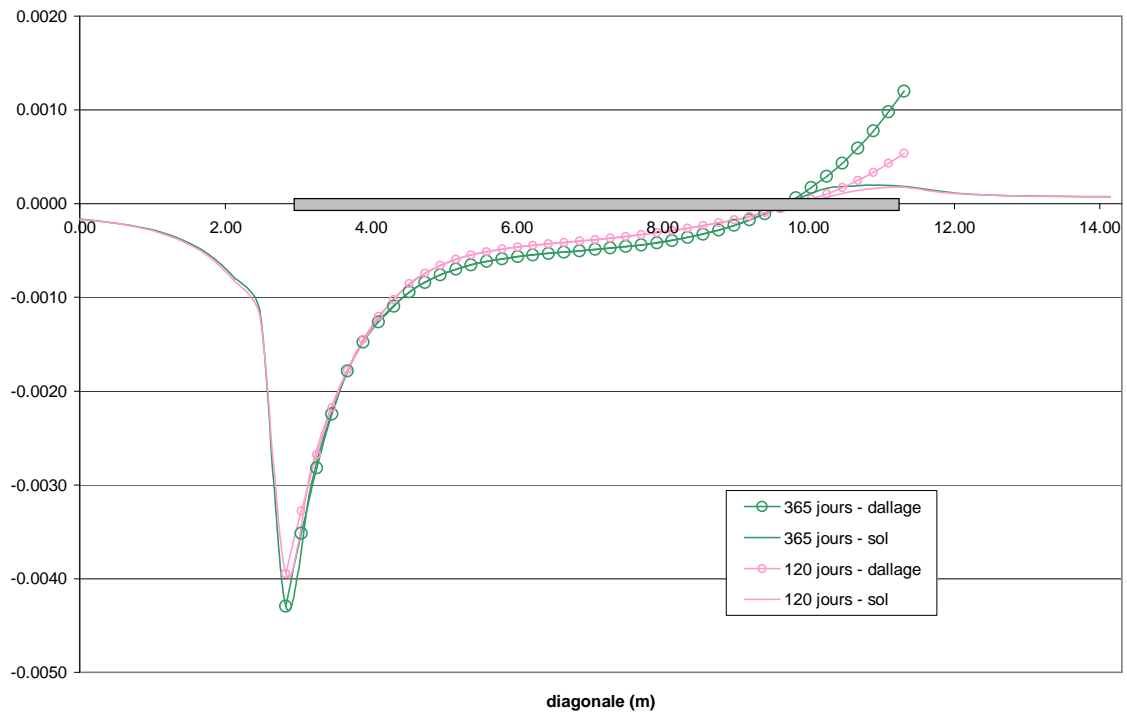


Figure 86 : déflexions (m) - dallage 20 cm – chargé en coin $Q=60$ kN à 120 jours et 365 jours- profil PXY

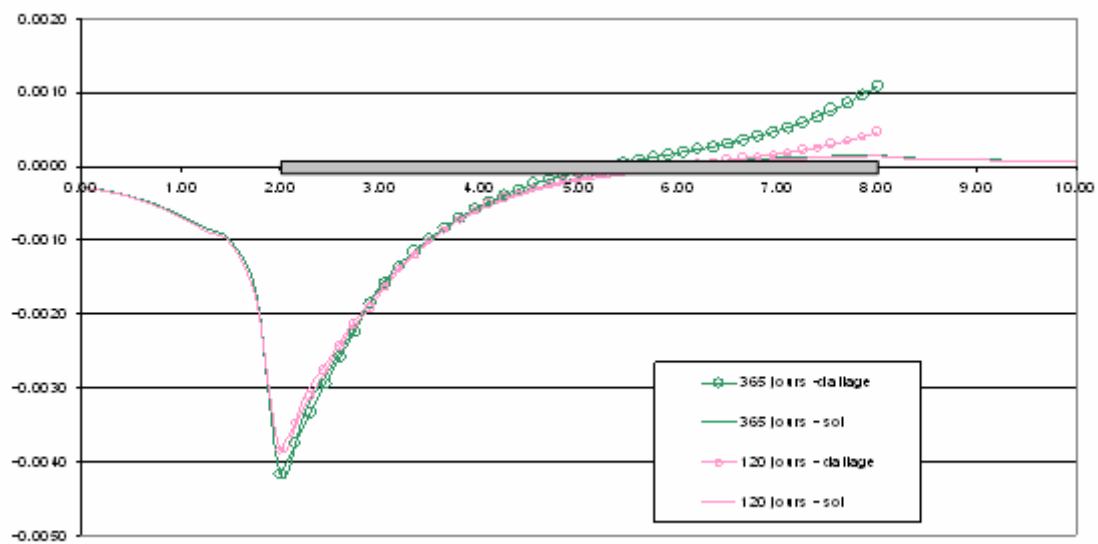


Figure 87 : déflexions (m) - dallage 20 cm – chargé en coin $Q=60$ kN à 120 et 365 jours- profil PX2

La déformée du maillage est donnée sur la figure 88. Les diagrammes de contraintes situées sur la fibre supérieure sur les profils PY2 et PX2, après correction, sont donnés sur les figures 89 et 90. On met en évidence l'effet du fluage, les contraintes augmentent au cours du temps pour la fibre supérieure.

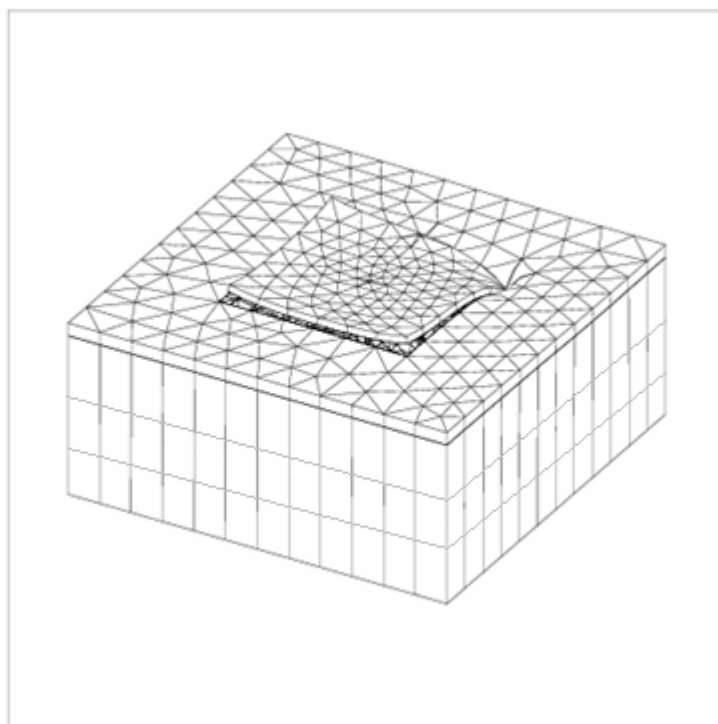


Figure 88 : déformée du maillage à 365 jours (échelle 1/5 sur la zone déformée)

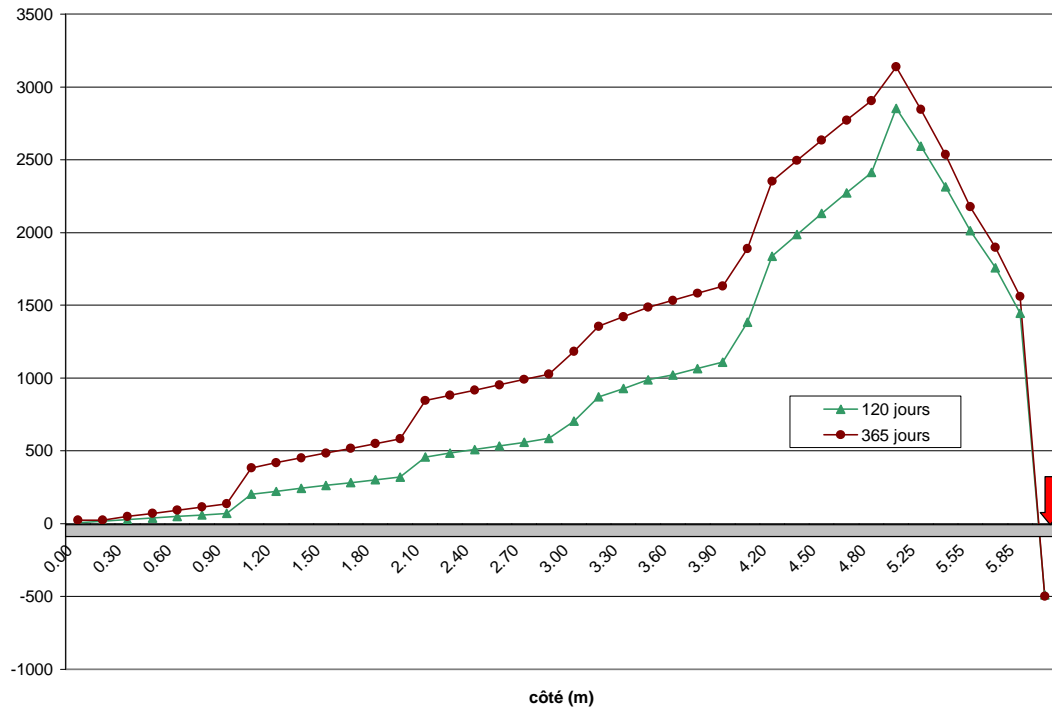


Figure 89 : Contraintes σ_{yy} (kPa) – fibre supérieure - dallage 20 cm – chargé en coin Q=60 kN à 120 et 365 jours- profil PY2

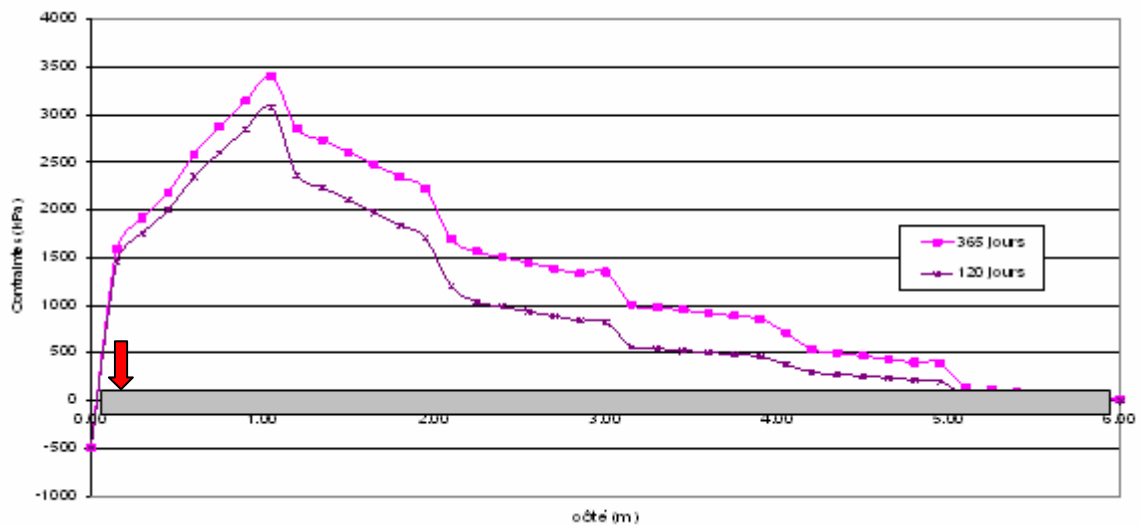


Figure 90 : Contraintes σ_{xx} (kPa) – fibre supérieure - dallage 20 cm – chargé en coin Q=60 kN à 120 et 365 jours- profil PX2

- Comparaison avec le DTU 13-3 (AFNOR, 2006)

Les contraintes de traction maximales, les tassements et les soulèvements dans le cas d'une charge statique ($Q=60$ kN) répartie sur une surface carrée de dimensions $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$, combinée à l'effet du retrait, peuvent être déterminés par le DTU 13-3. Les calculs sont effectués en considérant que la valeur finale du retrait est égale à $0,4\text{ mm/m}$ et que la charge est une charge d'exploitation appliquée sur une longue durée. Les autres détails de ces calculs sont donnés dans le tableau 7 (§ 3.2.9). On reporte les différents résultats dans le tableau 8.

On constate une concordance entre les valeurs des soulèvements donnés par le modèle aux éléments finis et le DTU 13-3 sauf dans le cas de la charge au bord. La valeur du soulèvement de $1,2\text{ mm}$ est celle obtenue à long terme pour le DTU 13-3, mais avec le modèle aux éléments finis elle est obtenue au bout d'une année ; cette valeur du soulèvement peut augmenter avec le temps.

L'écart relatif entre les deux modèles peut atteindre 50% pour les contraintes de traction (cas de la charge au bord). Le chargement au bord paraît beaucoup plus préjudiciable que ce que laisse entendre le DTU 13-3.

Charge statique $Q=60$ kN combinée à l'effet du retrait		Contrainte de traction maximale (MPa)	Tassement (mm)	Soulèvement (mm)
Centre	CESAR-LCPC	1,5	1	1,2
	DTU 13-3	1,3	0,6	1,2
Bord	CESAR-LCPC	2,6	2,2	0,8
	DTU 13-3	1,4	1,8	1,2
Coin	CESAR-LCPC	3,4	4,2	1,2
	DTU 13-3	3,2	2,8	1,2

Tableau 8 : Tableau comparatif entre le DTU 13-3 et CESAR-LCPC pour le cas d'une charge statique ($Q=60$ kN) combinée à l'effet du retrait.

3.2.14.1. Cas d'une charge variable en coin

Dans cette partie de l'étude, on va faire varier le chargement en coin de 2 kN à 50 kN, combiné au retrait à 120 jours.

Sur la figure 91, on représente les déplacements verticaux de la base du dallage en fonction du chargement.

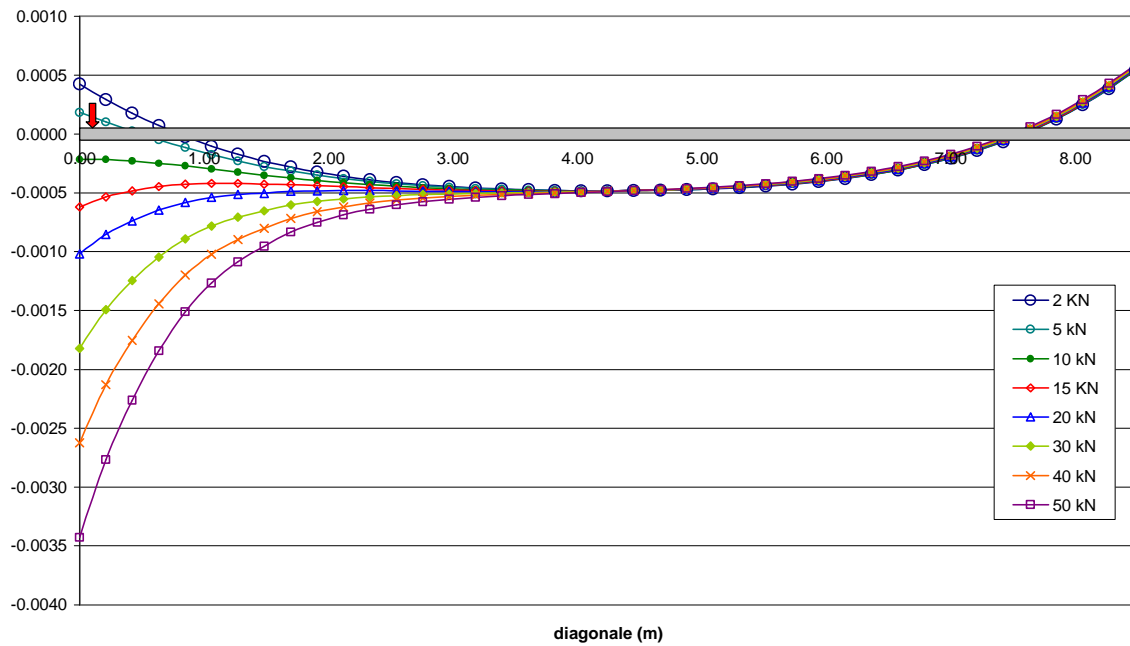


Figure 91 : Déflexions (m) – dallage 20 cm – charge en coin variable – retrait à 120 jours

On constate qu'une charge au moins égale à 10 kN arrive à annuler le soulèvement en coin, ce qui permet de dire que tous les chargements sont susceptibles d'annuler le soulèvement d'un bord d'un dallage dû au retrait différentiel. Les dallages sont rarement chargés à moins de 10 kN en pratique.

Dans le DTU 13-3 (C.3.2.3.4), on introduit la notion du chargement Q_s qui permet d'annuler le soulèvement dû au retrait différentiel et au gradient de température. Il est admis que cette charge est exprimée par la formule [30].

$$Q_s = 0.15 \cdot \varepsilon_r'' \cdot E_b \cdot H^2 (1 + 3H / L_{sb}) \quad [30]$$

- ε_r'' : retrait différentiel ;

- E_b : module du béton ;

- H : épaisseur du dallage ;

- L_{sb} : largeur effective de soulèvement en bordure sous retrait différentiel seul.

Dans notre cas, à 120 jours, $E_b = 17793$ MPa, $H=0,2$ m, $L_{sb}= 0,85$ m, $\varepsilon_r'' = 120 \cdot 10^{-6}$ m/m

La valeur calculée de Q_s avec la formule [30] est égale à 21 kN. Elle est donc supérieure à 10 kN.

L'introduction du chargement Q_s permet de surestimer les tassements. En effet, le DTU 13-3 (AFNOR, 2006), prévoit deux cas pour l'évaluation du tassement. Le premier consiste à calculer une flèche ascendante résiduelle quand le chargement Q est inférieur à Q_s , ce qui est contradictoire avec les résultats donnés par le modèle aux éléments finis CESAR-LCPC (pour Q entre 10 et 20 kN on n'obtient aucune flèche résiduelle). Le deuxième concerne le cas où Q est supérieure à Q_s , pour le quel le tassement sous le chargement Q est estimé à 2,5 fois le tassement sous $(Q-Q_s)$. Pour $Q=60$ kN, le tassement du bord donné par CESAR-LCPC est de 4,2 mm et par le DTU 13-3 est de $(2.5 \times 2.6=)$ 6,5 mm supérieure à 4,2 mm.

3.2.14.2. Cas d'une charge combinée à une dilatation thermique

- Charge au centre

On représente sur les figures 92 et 93, respectivement, les déformations du maillage suite à un système de chargement qui tient en compte d'une dilatation thermique à 1 jour et à 30 jours de la construction du béton (cf. §2.3.2.1) et d'une charge au centre et les déflexions de la base du dallage et de la surface de la fondation suivant le profil PXY. Le chargement au centre à 60 kN n'arrive pas à atténuer les déformations du dallage avec concavité vers le bas suite à la dilatation thermique. Aucun décollement de la base du dallage de la surface de la fondation n'est obtenu. Ce cas de chargement paraît plus préjudiciable que pour un dallage raccourci sous l'effet du retrait en l'absence d'un gradient de température et chargé à son centre. Ceci est confirmé par le diagramme de contraintes de traction suivant le profil PX1 qu'on présente sur la figure 94. Les contraintes passent presque au double par rapport au cas où le dallage n'est pas soumis à un gradient de température. Les mêmes conclusions peuvent être tirées en ce qui concerne l'effet de la relaxation ; les contraintes de traction dans la fibre inférieure diminuent au cours du temps.

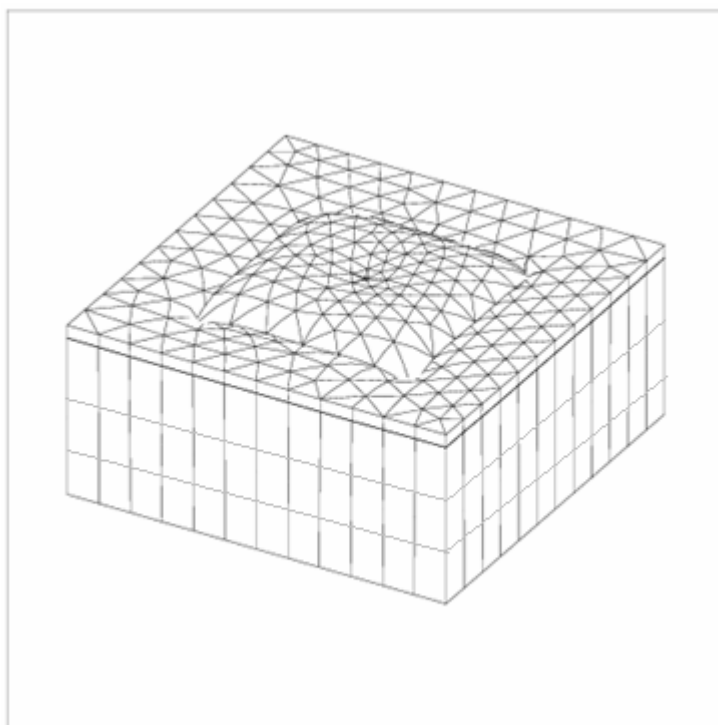


Figure 92 : déformée du maillage à 30 jours (échelle 1/5 sur la zone déformée)

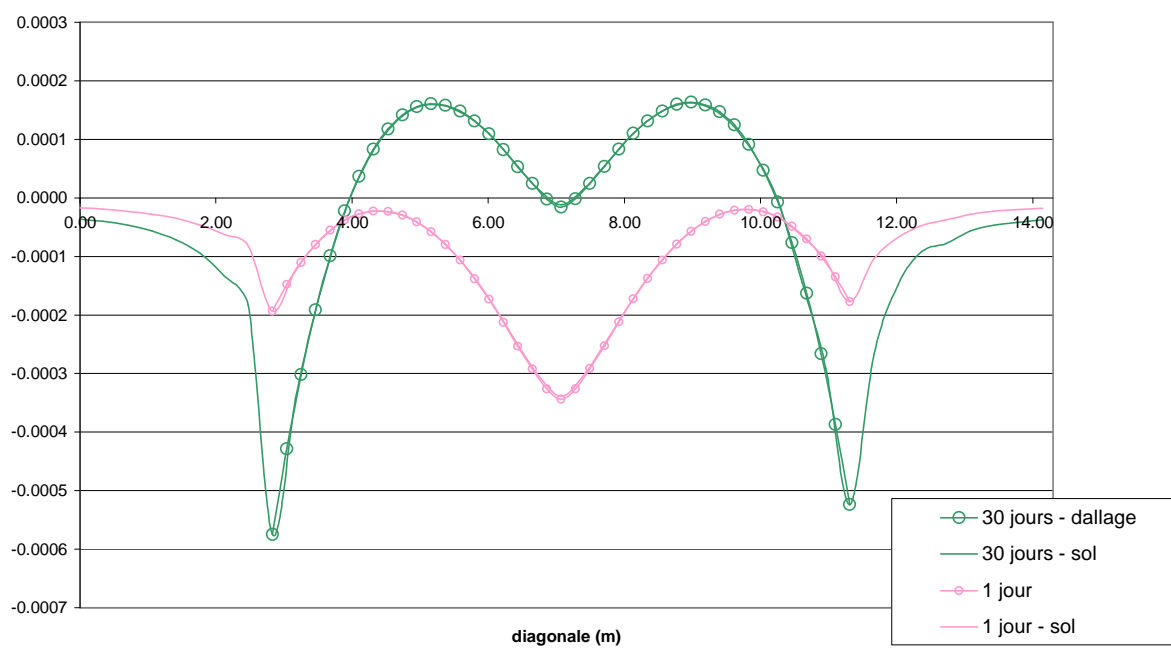


Figure 93 : déflexions (m) – dallage 20 cm – chargé au centre - $Q=60$ kN – profil PXY

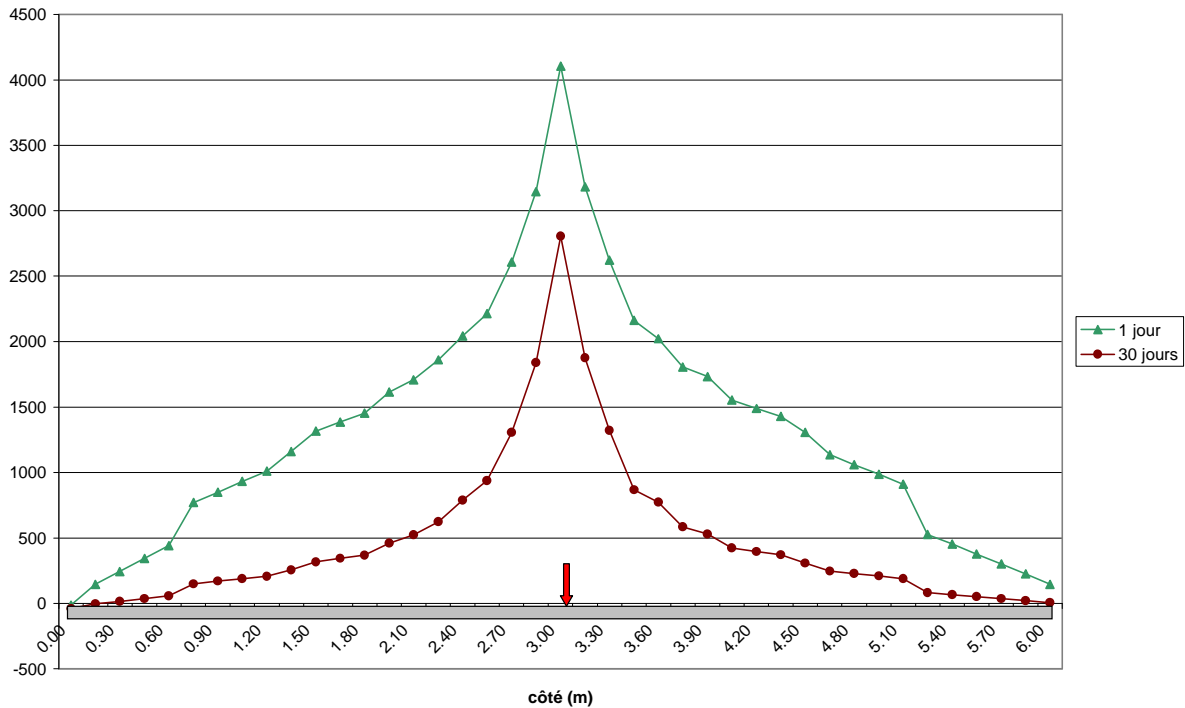


Figure 94 : contraintes σ_{xx} (kPa) – dallage 20 cm – chargé au centre - Q=60 kN – profil PX1

- Charge au bord

On représente, sur les figures 95 et 96, respectivement, les déformations du maillage suite à un système de chargement qui tient en compte d'une dilatation thermique à 1 jour et à 30 jours depuis la construction du béton (cf. § 2.3.2.1) et d'une charge au bord et les déflexions de la base du dallage et de la surface de la fondation suivant le profil PY2. Le chargement au bord arrive à atténuer la déformation du dallage vers le haut, suite à la dilatation thermique au droit du chargement, mais pas sur les angles où l'on ne voit aucun décollement de la base du dallage de la surface de la fondation.

Ce cas de chargement paraît plus préjudiciable que pour un dallage raccourci sous l'effet du retrait en l'absence d'un gradient de température et chargé à son centre. Ceci se confirme à travers le diagramme de contraintes de traction dans la fibre inférieure suivant le profil PY2 qu'on présente sur la figure 97. Ce profil paraît le plus sollicité dans ce cas de chargement, par contre, il faut bien noter que la fibre supérieure reste toujours sollicitée en traction (figure 98).

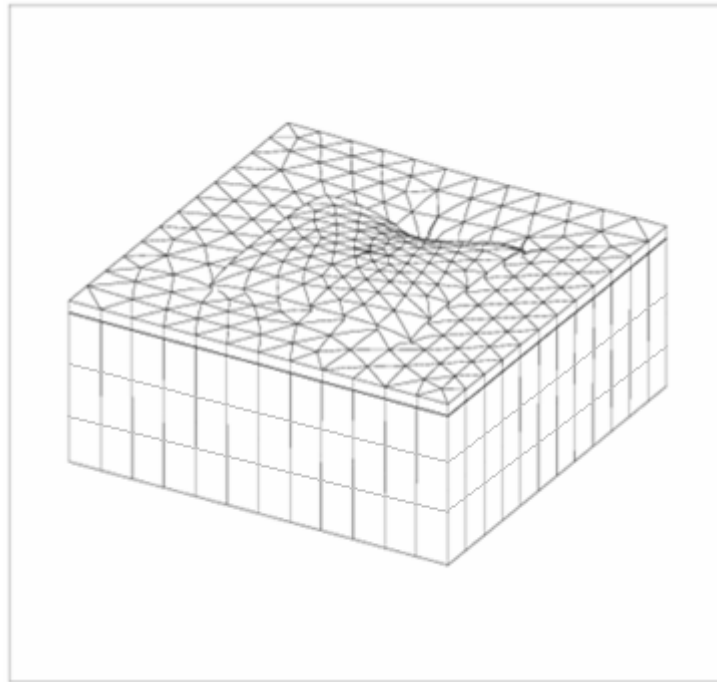


Figure 95 : déformée du maillage à 30 jours (échelle 1/5 sur la zone déformée)

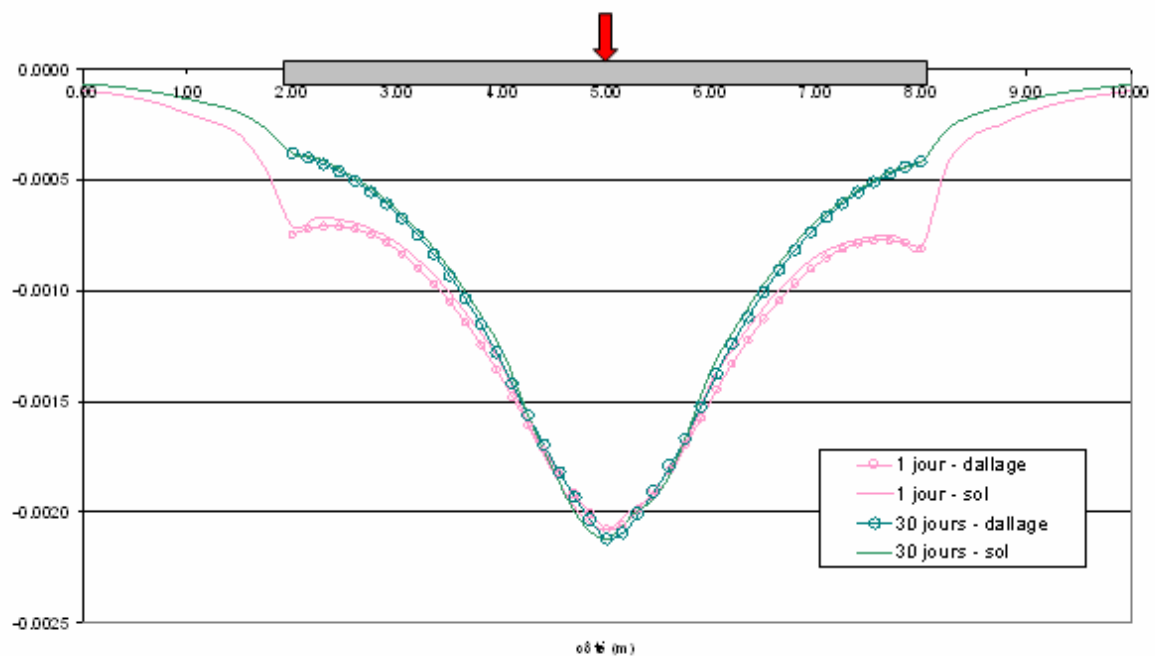


Figure 96 : déflexions (m) – dallage 20 cm -chargé au bord - $Q=60$ kN – profil PY2
Cas d'une dilatation thermique

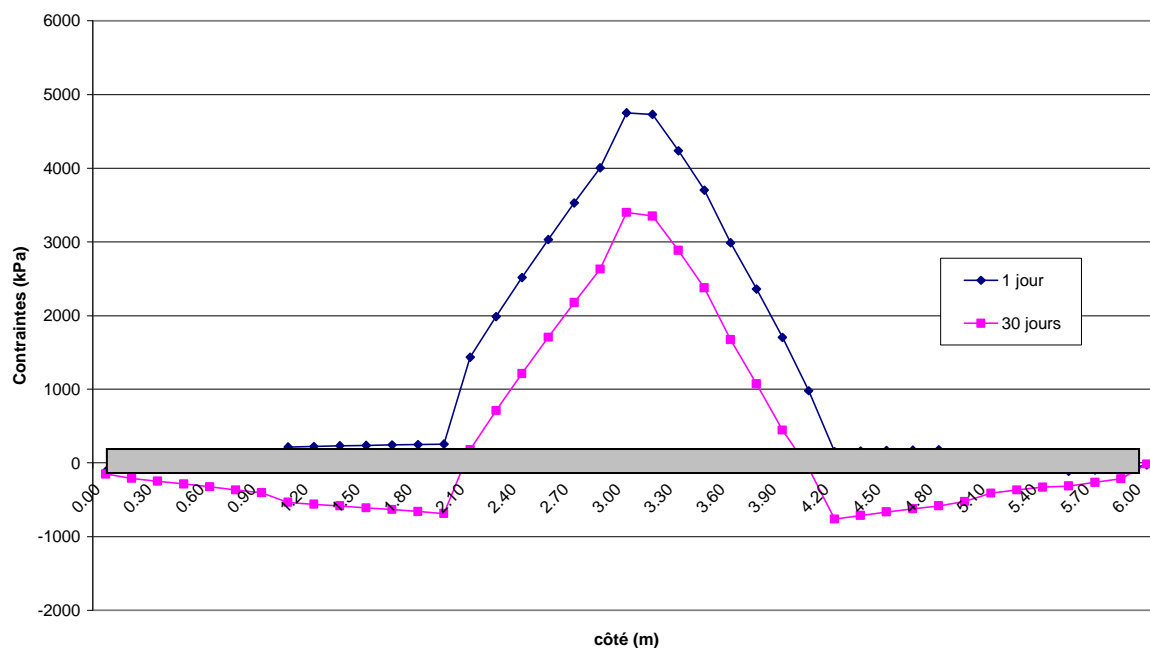


Figure 97 : Contraintes σ_{yy} (kPa) – dallage 20 cm -chargé au bord - Q=60 kN – fibre inférieure – profil PY2 -cas d'une dilatation thermique

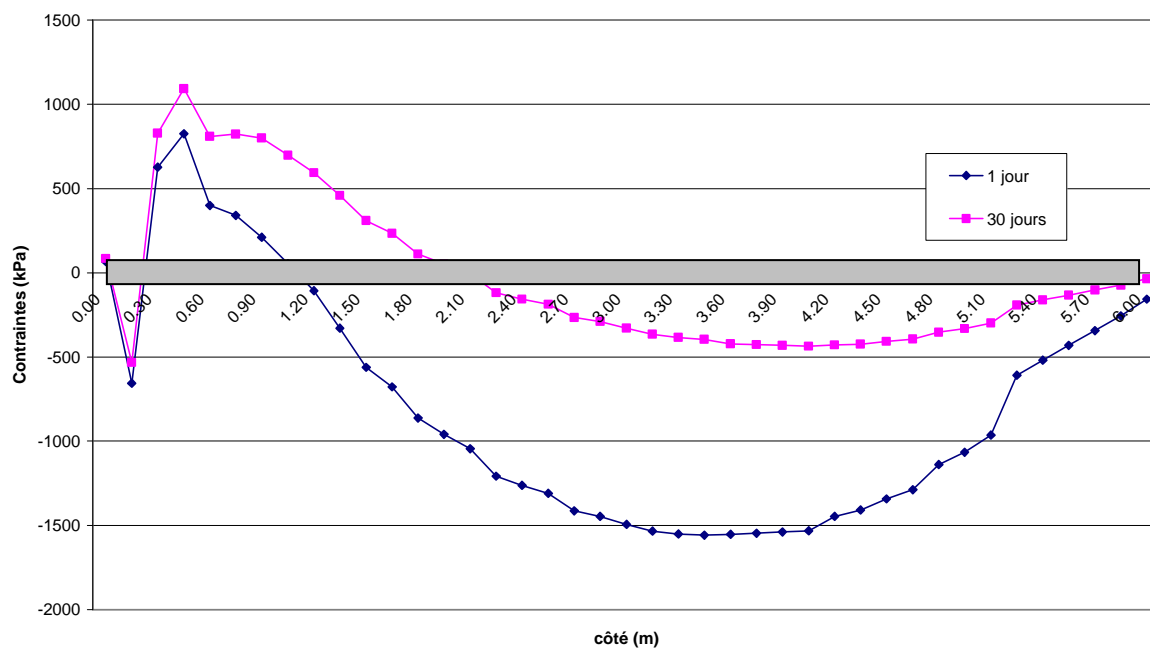


Figure 98 : Contraintes σ_{xx} (kPa) – dallage 20 cm -chargé au bord - Q=60 kN – fibre supérieure – profil PX1 -cas d'une dilatation thermique

- Charge en coin

On représente, sur les figures 99 et 100, respectivement, les déformations du maillage suite à un système de chargement qui tient en compte d'une dilatation thermique à 1 jour et à 30 jours de la construction du béton (cf. § 2.3.2.1) et d'une charge en coin et les déflexions de la base du dallage et de la surface de la fondation suivant le profil PXY. Le chargement en coin arrive à atténuer la déformation du dallage vers le haut suite à la dilatation thermique au droit du chargement, mais pas sur les angles où l'on ne voit aucun décollement de la base du dallage de la surface de fondation.

On représente sur la figure 101 le diagramme de contraintes de traction suivant la fibre supérieure sur le profil PY2. Tout comme pour le cas précédent, la fibre supérieure suivant le profil PX2 est elle aussi sollicitée en traction (figure 102).

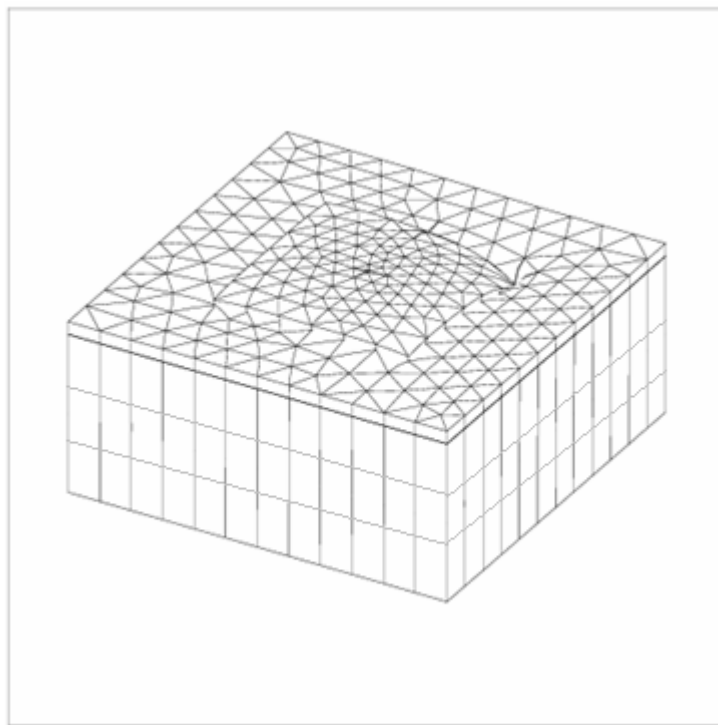


Figure 99 : déformée du maillage à 30 jours (échelle 1/5 sur la zone déformée)

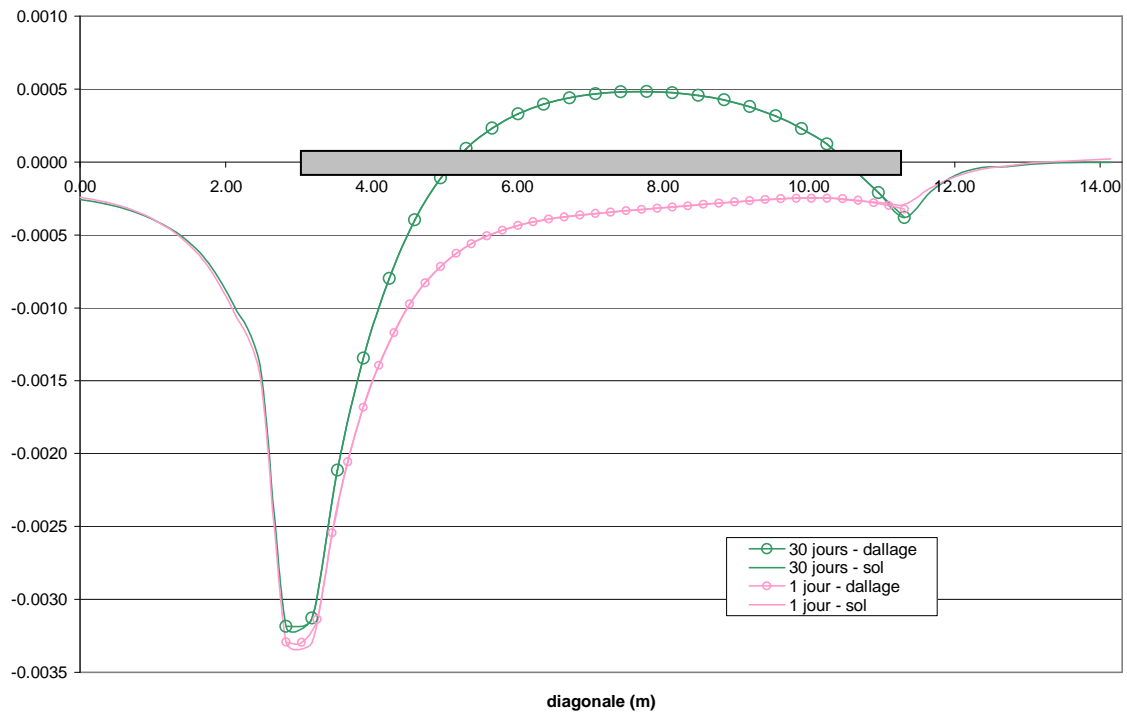


Figure 100 : déflexions (m) – dallage 20 cm -chargé en coin - Q=60 kN – profil PXY
Cas d'une dilatation thermique

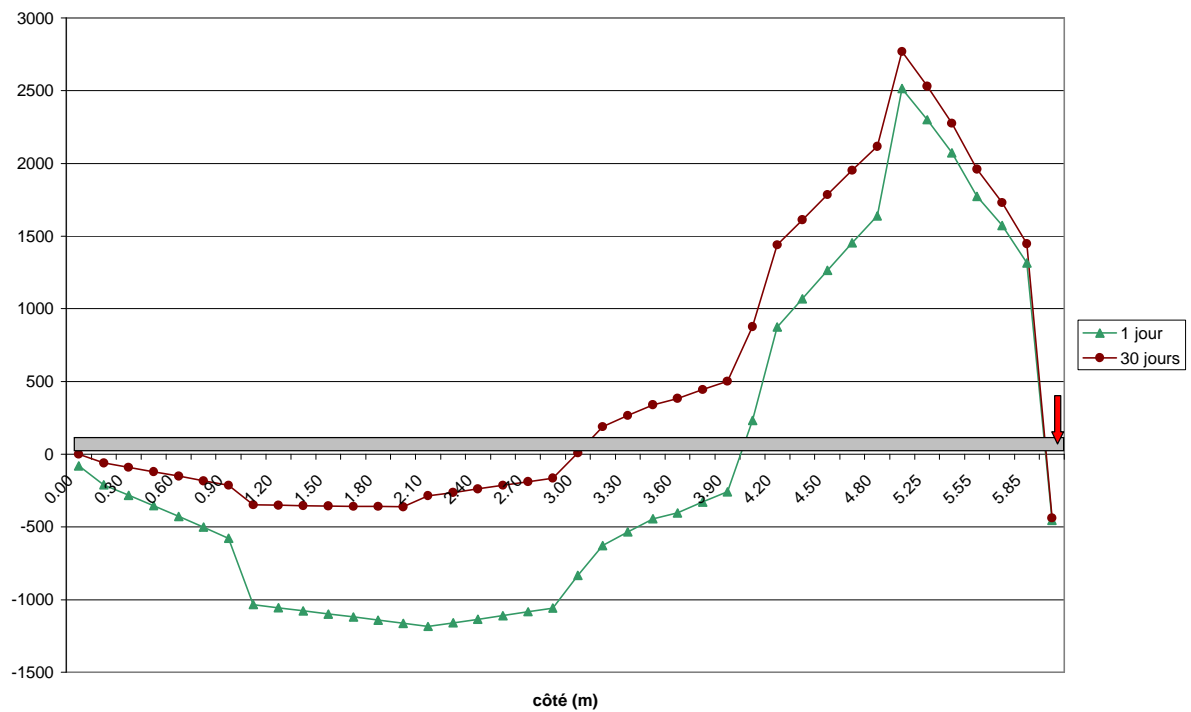


Figure 101 : Contraintes σ_{yy} (kPa) – dallage 20 cm -chargé en coin - Q=60 kN – profil PY2
- fibre supérieure -Cas d'une dilatation thermique

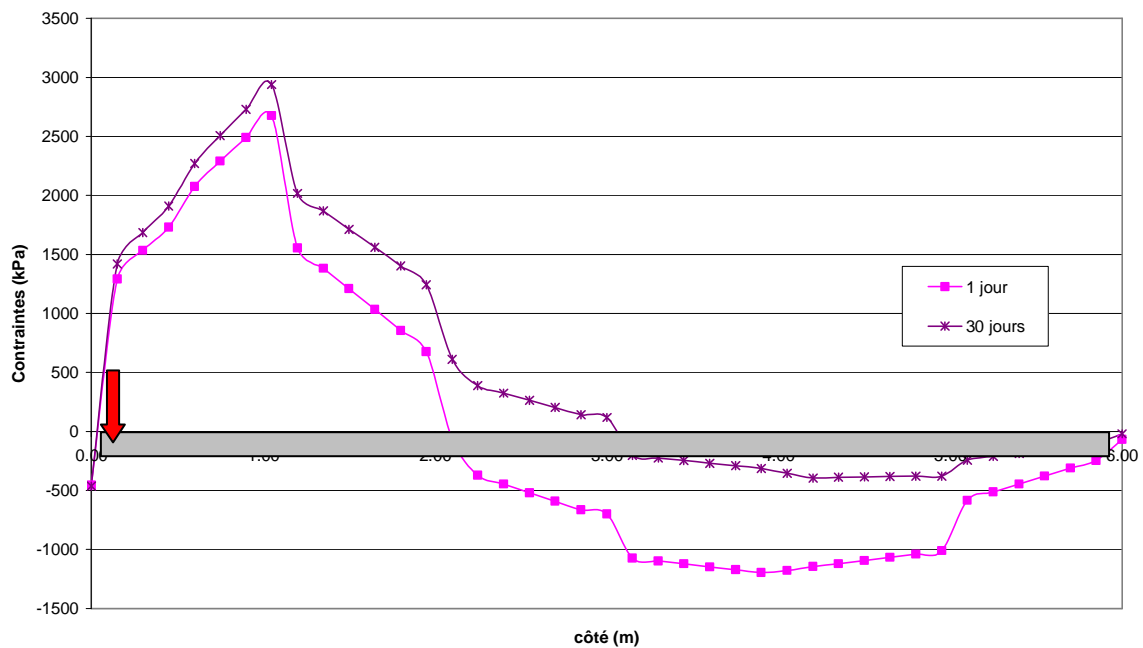


Figure 102 : Contraintes σ_{xx} (kPa) – dallage 20 cm -chargé en coin - Q=60 kN – profil PX2 -fibre supérieure -Cas d’une dilatation thermique

- Comparaison avec DTU 13-3 (AFNOR, 2006)

Les contraintes de traction maximales, les tassements et les soulèvements dans la cas d’une charge statique (Q=60 kN) répartie sur une surface carrée de dimensions 10 cm x 10 cm, combinée à l’effet d’une dilatation thermique, peuvent être déterminés par le DTU 13-3. Les calculs sont effectués en considérant que le gradient thermique est de 20°C/m et que la charge est une charge d’exploitation appliquée sur une courte durée. Les autres détails de ces calculs sont donnés dans le tableau 7 (§ 3.2.9). On reporte les différents résultats dans le tableau 9.

On ne constate aucune concordance entre les valeurs des soulèvements donnés par le modèle aux éléments finis et le DTU 13-3. La valeur du soulèvement de 1,2 mm est celle obtenue à long terme pour le DTU 13-3, mais avec le modèle aux éléments finis on n’obtient aucun soulèvement ; au contraire, les déplacements vont dans le sens inverse au soulèvement sous l’effet de la dilatation thermique. L’écart relatif entre les deux modèles peut atteindre 50% pour les contraintes de traction (cas de la charge au bord).

Les chargements au bord et au centre, combinés à un gradient thermique, paraissent beaucoup plus préjudiciables que ce que laisse entendre le DTU 13-3.

Charge statique Q=60 kN combinée à d'un gradient thermique		Contrainte de traction maximale (MPa)	Tassement (mm)	Soulèvement (mm)
Centre	CESAR-LCPC	4	0,3	Pas de soulèvement
	DTU 13-3 (AFNOR, 2006	2,4	0,4	1,2
Bord	CESAR-LCPC	4,8	0,6	Pas de soulèvement
	DTU 13-3 (AFNOR, 2006	2,4	0,4	1,8
Coin	CESAR-LCPC	3	3,2	Pas de soulèvement
	DTU 13-3 (AFNOR, 2006	3,2	1,77	1,2

Tableau 9 : Tableau comparatif entre le DTU 13-3 et CESAR-LCPC pour le cas d'une charge statique (Q=60 kN) combinée à un gradient thermique.

3.3 Modélisation d'un dallage avec des joints conjugués

On s'intéresse dans cette partie au comportement d'un dallage dont le corps est constitué de discontinuités ou de joints. En effet, les joints sont des éléments essentiels qui constituent le corps du dallage que ce soit à l'extérieur ou à l'intérieur.

Les joints ont pour but de limiter les fissurations du dallage pouvant résulter des effets de retrait de variations thermiques, de tassements différentiels ou du mode de construction.

Les dimensions des panneaux de dallage entre les différents joints doivent être telles que le rapport des côtés soit compris entre 1 et 1,5.

On rappelle qu'il existe quatre types de joints (cf. §1.2.2.2.1) : joints d'isolement, joints de dilatation, joints de construction et joints de retrait (figure 103).

Les joints d'isolement doivent être francs sur toute l'épaisseur du dallage avec une largeur minimale de 10 mm. On retrouve ce type de joint notamment au droit des poteaux, longrines et fosses.

Les joints de retrait sont assurés par la mise en place d'un profil incorporé par sciage de 2 à 5 mm d'ouverture sur une hauteur minimale égale au 1/3 de la hauteur du dallage.

Les joints de dilatation servent à compenser les soulèvements des bords suite aux élévations de température. Ils peuvent être assurés au moyen de goujons.

Les joints de construction ont pour but de réduire les dénivellations entre les panneaux de dallages contigus et de limiter les conséquences du retrait pendant le coulage. Ce type de joint est réalisé par clavetage ou par goujonnage (ADETS, 2007).

Tous les types de joints jouent un rôle important dans le transfert de charge entre les dallages adjacents. Les joints conjugués (pour joints de dilatation et joints de construction) présentent plus de difficultés de modélisation que les joints non conjugués qui peuvent être tout simplement modélisés par des ouvertures. Il est intéressant de constater par ailleurs que lorsque les panneaux sont séparés par un joint non conjugué, le sol peut transférer des efforts entre les panneaux de dallage.

On se propose d'étudier ici la façon dont est transférée une charge entre deux panneaux de dallages et plus avec des joints conjugués. On commence par présenter les différentes façons dont on peut modéliser le goujonnage par éléments finis avec le logiciel CESAR-LCPC avant d'évaluer le transfert de charge entre les dallages proprement dit.

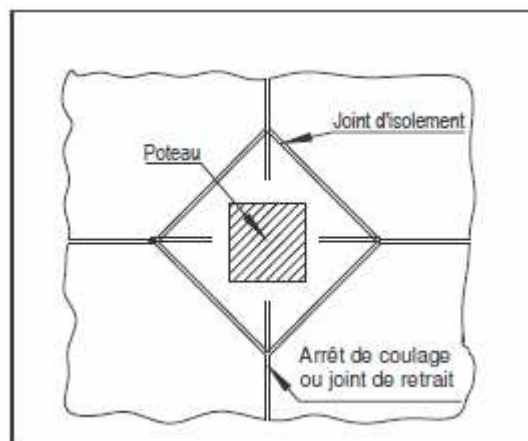
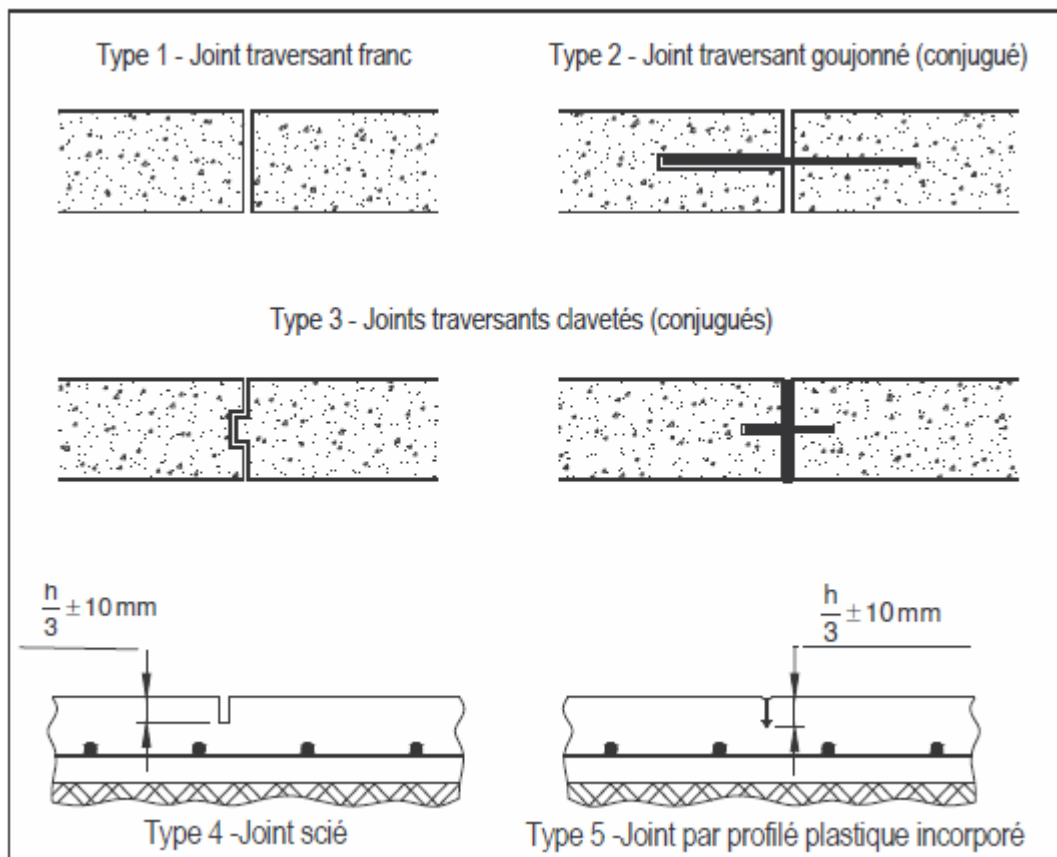


Figure 103 : Différents types de joints (CSTB, 2005)

3.3.1 Modélisations possibles des goudjous avec CESAR-LCPC

Une bonne fonctionnalité d'un joint conjugué est d'assurer la prévention des dénivellations entre les surfaces des panneaux. Un chargement donné sur un des panneaux d'un dallage ne doit pas engendrer un tassement différentiel entre le panneau chargé et le panneau adjacent. Les goudjous doivent aussi soulager le panneau chargé par le panneau non chargé. Ce dernier doit, grâce au joint conjugué, être capable de supporter une part de la sollicitation causée par le chargement de l'autre panneau.

Deux possibilités de modélisation par éléments finis sur CESAR-LCPC sont possibles : soit modéliser le joint géométriquement, soit le modéliser par des éléments de rigidité.

Pour la première possibilité, il s'agit de prévoir un maillage qui considère des dallages liés par des inclusions métalliques ; une inclusion tous les 30 cm à 1 m sur toutes les longueurs du dallage.

Dans le cas d'un joint de construction réalisé par clavetage, il faut prévoir la géométrie donnée par la figure 103 (joint type 3).

Bien qu'elle soit la modélisation la plus complète et la plus réaliste puisqu'elle peut même prévoir des surfaces de contact entre les goudjous et le béton environnant ; elle présente plusieurs inconvénients.

En effet, cette modélisation doit nécessairement prévoir une discrétisation des goudjous en éléments de volume similaires à ceux composant l'ensemble de la structure, ce qui exige un maillage plus raffiné et plus complexe et entraîne un alourdissement des calculs. Malgré l'amélioration actuelle des puissances des calculateurs, ce type de modélisation induit des calculs dont la durée atteint plusieurs dizaines d'heures. Un moyen de réduire cette lourdeur de la modélisation des goudjous est d'avoir recours à des éléments de rigidité permettant de reproduire au mieux le comportement du goudjon.

3.3.2 Eléments de rigidité pour les goudjous

Pour assurer la fonction du joint, on a choisi de le modéliser avec des éléments de rigidité de type RL. Cet élément permet d'assurer une rigidité au cisaillement.

En effet, la rigidité au cisaillement peut être simulée au moyen d'un élément de rigidité imposant une certaine relation entre les déplacements verticaux de part et d'autre du joint, c'est-à-dire, que les déplacements verticaux du premier dallage à son about noté w_1 et de la deuxième dallage noté w_2 sont liés par une relation du type :

$$w_1 = k w_2$$

où le coefficient k est proportionnel au transfert de charge en déflexion.

Dans le cas des dallages avec des joints conjugués, on suppose que le transfert de cisaillement au niveau des goujons est total, c'est-à-dire, que l'on néglige la déformation de cisaillement des goujons. Cette hypothèse se traduit par une relation d'égalité entre les déplacements verticaux des noeuds situés de part et d'autre, se trouvant en face dans les deux bouts du dallage 1 et du dallage 2 (figure 104).

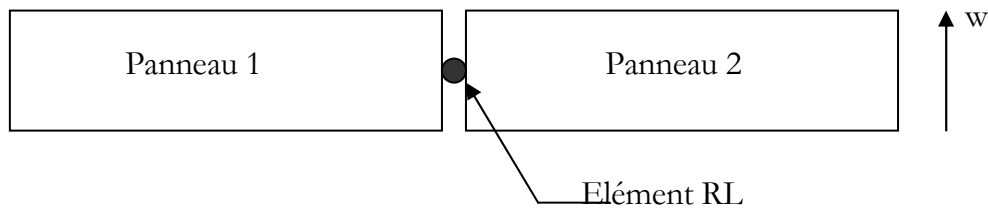


Figure 104 : Détail de l'élément RL

Notons que cet élément de rigidité est classé dans le logiciel CESAR- LCPC parmi les éléments de contact. Ils sont en principe définis entre deux noeuds confondus géométriquement. On a ajouté, par développement, un utilitaire externe à CESAR pour définir l'élément RL entre des noeuds non confondus géométriquement, pour modéliser l'ouverture des joints. Dans toutes les modélisations qui suivent les joints conjugués sont définis avec des ouvertures de 3 mm.

En effet, les calculs montrent que les efforts dans le dallage restent les mêmes pour des ouvertures du joint variant de 1 mm à 1 cm.

Le cas où l'on définit des joints entre deux surfaces confondues a présenté des défauts de convergence. Les panneaux de dallages interagissent entre eux du fait de leur contact. Pour éviter ces efforts d'interaction, il a fallu utiliser des joints définis entre deux surfaces distinctes.

Enfin, on note aussi que dans les modélisations qui suivent les éléments RL ne sont pas définis nœud par nœud mais en groupe de nœuds. Un groupe de nœud correspond à l'ensemble de nœuds qui regroupent les faces des deux dallages joints. Ce groupe est en fait constitué de paires de nœuds. Chaque paire de nœud est constituée des deux nœuds qui sont en vis-à-vis sur chacune des faces des deux dallages joints.

3.3.3 Présentation du problème étudié

On commence par présenter le problème de transfert de charge considéré en tant que structure et chargement qui lui est appliqué et les hypothèses de calculs adoptées. A partir des enseignements tirés de cette modélisation, on analyse le transfert de chargement pour différents cas de chargement.

3.3.3.1 Caractéristiques mécaniques et géométriques de la structure

La structure (figure 105) est constituée d'un corps de dallage qui contient quatre panneaux de dallage liés entre eux par des joints conjugués. Le dallage est de forme carrée de 6 m de côté et de 20 cm d'épaisseur. La couche de fondation est d'épaisseur 45 cm et la couche du sol support au-dessous est de 3 m d'épaisseur.

Aucune distribution discrète des joints n'est considérée. On suppose que les bords des dallages sont liés par des joints continus tout au long de leur surface.

Les matériaux qui constituent la structure sont identiques à ceux considérés dans la structure de référence pour le dallage isolé.

Le béton est celui étudié dans le chapitre 2 à travers le témoin 1 (§2.3.1.1). Tous les matériaux sont considérés comme étant élastiques ; on rappelle les caractéristiques mécaniques sur la figure 106.

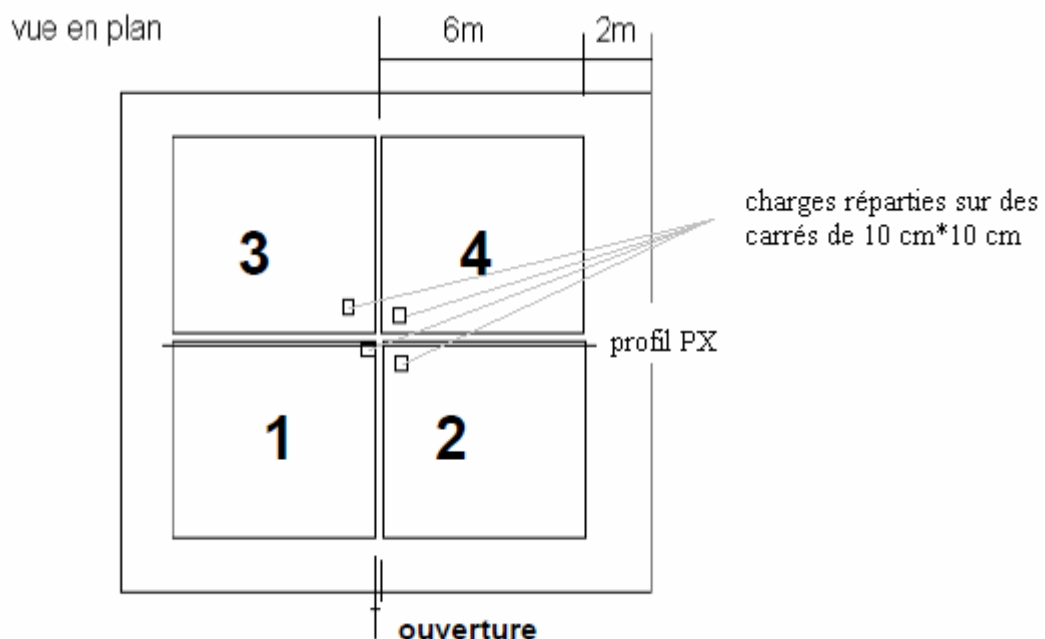


Figure 105 : vue en plan de la structure étudiée

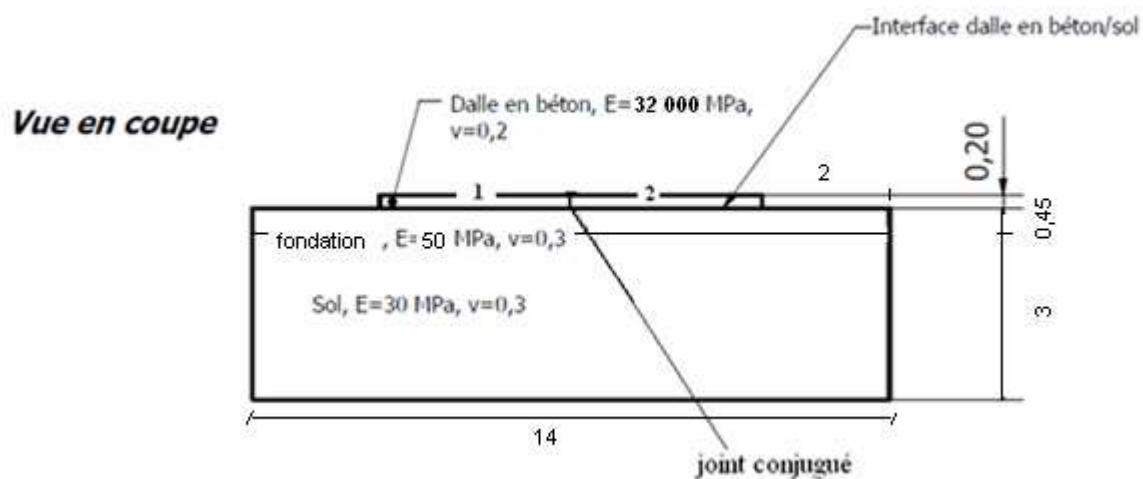


Figure 106 : vue en coupe de la structure étudiée (unité en m)

Le maillage qui correspond aux géométries présentées sur les figures 105 et 106 est donné sur la figure 107. Les caractéristiques du maillage obtenu sont résumées dans le tableau 10.

	Nombre d'éléments de volume	Nombre d'éléments de contact	Nombre de Nœuds
Maillage de référence	2644	840 (éléments 2D dont 24 RL)	8424

Tableau 10 : caractéristiques du maillage de la structure de référence.

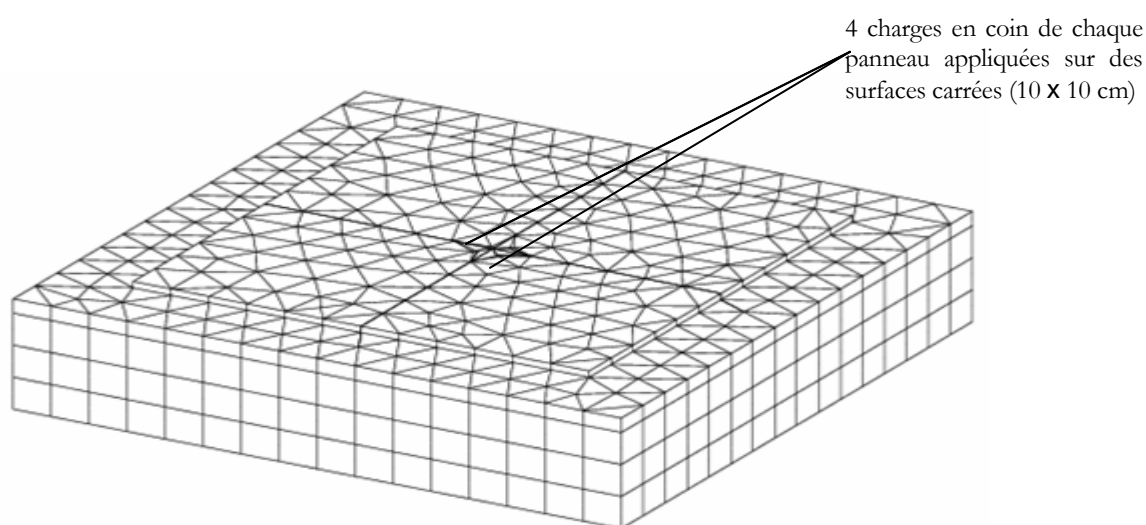


Figure 107 : maillage de la structure étudiée

3.3.3.2 Chargement appliqué

On choisit de charger les panneaux en leur coin (à 30 cm au maximum du coin du dallage), puisque ce cas de chargement constitue le cas le plus préjudiciable d'après l'étude précédente (§3.2.9).

Les différentes charges sont appliquées aux différents panneaux sur des surfaces carrées de 10 cm de côté.

On étudie dans un premier temps, le cas où le béton a pour module 32000 MPa c'est-à-dire son module instantané. Dans un deuxième temps, on considère le même chargement combiné au retrait. Le module du béton est dans ce cas égal à son module différé.

3.3.3.3 Hypothèses de calcul

Conditions de contact aux interfaces : comme pour toutes les études précédentes les interfaces entre les quatre panneaux de dallages et la couche du sol en dessous sont considérées comme frottantes. Les joints entre les quatre panneaux de dallage sont présentés par un vide de 3 mm.

Les conditions aux limites imposées à la structure sont identiques à celles imposées à la structure de référence utilisée dans l'étude du dallage isolé.

Le sol support a ses déplacements longitudinaux et transversaux bloqués sur leurs limites transversales et longitudinales. La base du sol support a ses déplacements imposés nuls dans les trois directions.

3.3.3.4 Déformée initiale des dallages

Les panneaux de dallages sont supposés parfaitement plans initialement. En effet, chaque calcul est initialisé par l'intermédiaire d'un autre calcul où l'on soumet tout le modèle à son poids propre et on annule tous les déplacements engendrés par ce poids.

3.3.3.5 Organisation des calculs

- Etude préliminaire

On vérifie dans cette étude que les éléments RL assurent bien la fonction d'un joint conjugué.

Pour cela, on a effectué deux calculs : dans l'un on a activé le joint et dans l'autre on l'a désactivé pour obtenir un joint libre ou franc.

Dans les deux calculs, on a seulement considéré le chargement en coin sur le panneau 1.

On représente sur la figure 108 les déflexions des deux panneaux de dallages 1 et 2 suivant le profil transversal PX indiqué sur la figure 105.

On remarque bien que le joint conjugué évite bien le phénomène d'abattement entre les deux panneaux de dallage par rapport à la configuration qui comporte le joint libre.

Le phénomène d'abattement est en effet un phénomène très gênant pour le dallage surtout au passage de charges roulantes. Il accentue le phénomène de pianotage des bords de dallages subissant des passages excessifs de charges roulantes (cf. §1.2.2.2.1).

De plus, le joint conjugué retient le dallage pour diminuer son tassement. On a effectivement plus de tassement avec le joint libre qu'avec le joint conjugué. Ceci est dû au fait que le joint conjugué transfère un peu d'effort vers le panneau adjacent ce qui permet de soulager le panneau chargé et par la suite de diminuer le tassement global de la structure. Ceci est confirmé encore par les efforts ; on reporte sur la figure 109 les contraintes σ_{xx} suivant le profil PX (figure 105).

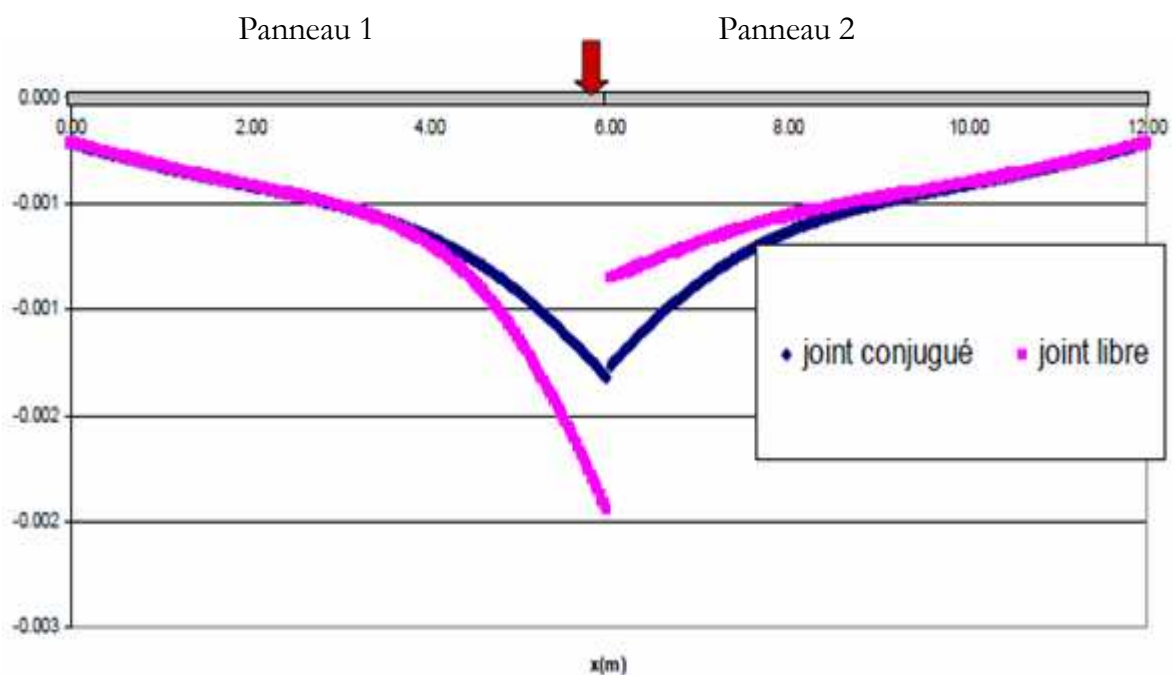


Figure 108 : déflexions (m) selon le profil PX – charge en coin (60 kN) – panneaux 1 et 2

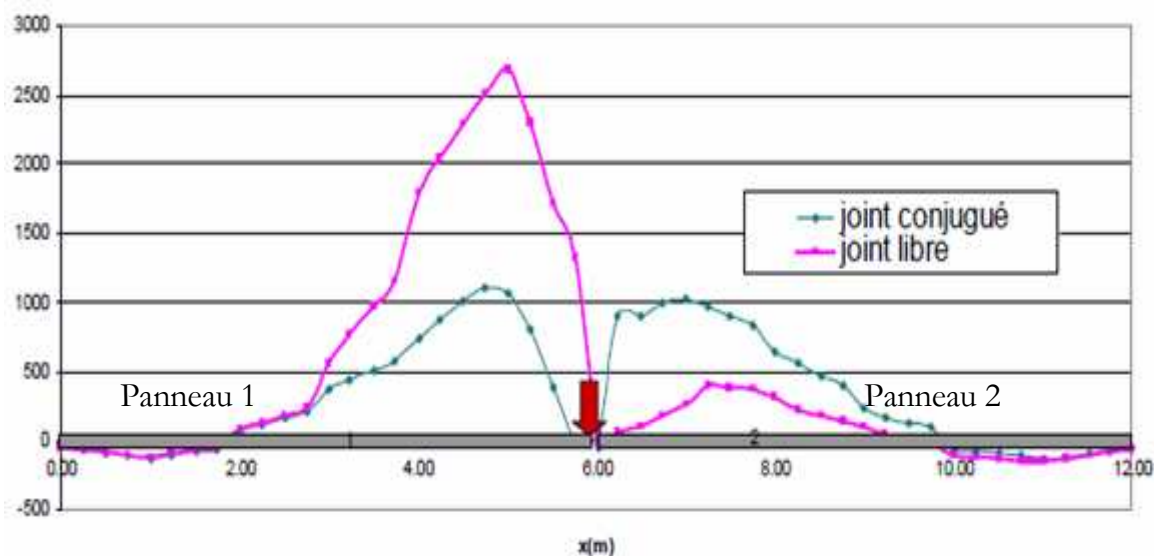


Figure 109 : Contraintes σ_{xx} dans la fibre supérieure (MPa) charge 60 kN en coin- profil PX - panneaux 1 et 2

On remarque tout d'abord que le panneau 1 chargé en son coin à 60 kN, dans le cas où le joint est libre, subit moins d'effort de traction (On rappelle qu'on adopte la convention de signe de la mécanique des milieux continus c'est-à-dire les contraintes générées par la structure sont positives en traction et négatives en compression) dans sa fibre supérieure que dans le cas où le même panneau est chargé par le même chargement mais isolé (cf. §.3.2.9). En effet, le panneau 2 qui lui est adjacent subit un peu d'effort même s'il n'est pas chargé.

Ensuite, le panneau 1, dans le cas où le joint est conjugué, subit nettement moins d'efforts que dans le cas où le joint est libre. La diminution de cet effort atteint à peu près 60 %.

Par contre, le panneau 2 subit le même effort subi par le panneau 1 à cause du joint conjugué, c'est le phénomène de transfert de charge. Il faut noter que le panneau 2 se trouve avec beaucoup plus d'effort de traction dans le cas du joint conjugué. Ce phénomène prouve que les panneaux de dallages non chargés, mais qui se trouvent adjacents à d'autres panneaux chargés à travers des joints conjugués, doivent être dimensionnés avec l'équivalent de l'effort qui induit la contrainte de traction transférée ; d'où l'intérêt d'étudier le phénomène de transfert de charge (cf. § 3.3.4).

A ce stade, on peut dire que l'élément de contact RL modélise bien toutes les fonctions d'un joint conjugué. On va encore le vérifier dans le cas d'une charge statique combinée à l'effet du retrait.

Pour cela, on a effectué un calcul supplémentaire qui prend en compte le retrait. On considère le béton de classe C25/30, étudié au § 2.3.1.1.

Le retrait considéré est pris à 365 jours ; le module du béton est égal à son module différé 15000 MPa.

On présente sur la figure 110 les déflexions verticales selon le profil PX sur la figure 108.

Sur la figure 111, on reporte les contraintes de traction maximales dans la fibre supérieure suivant le même profil dans les panneaux 1 et 2. On rappelle que seul le panneau 1 est chargé en son coin à 60 kN.

On remarque que la contrainte de traction dans le panneau 1 est supérieure à celle obtenue dans le cas où l'on ne tient compte que de la charge statique (en coin égale à 60 kN) et que l'on considère que le module du béton est égal à son module instantanée (32000 MPa).

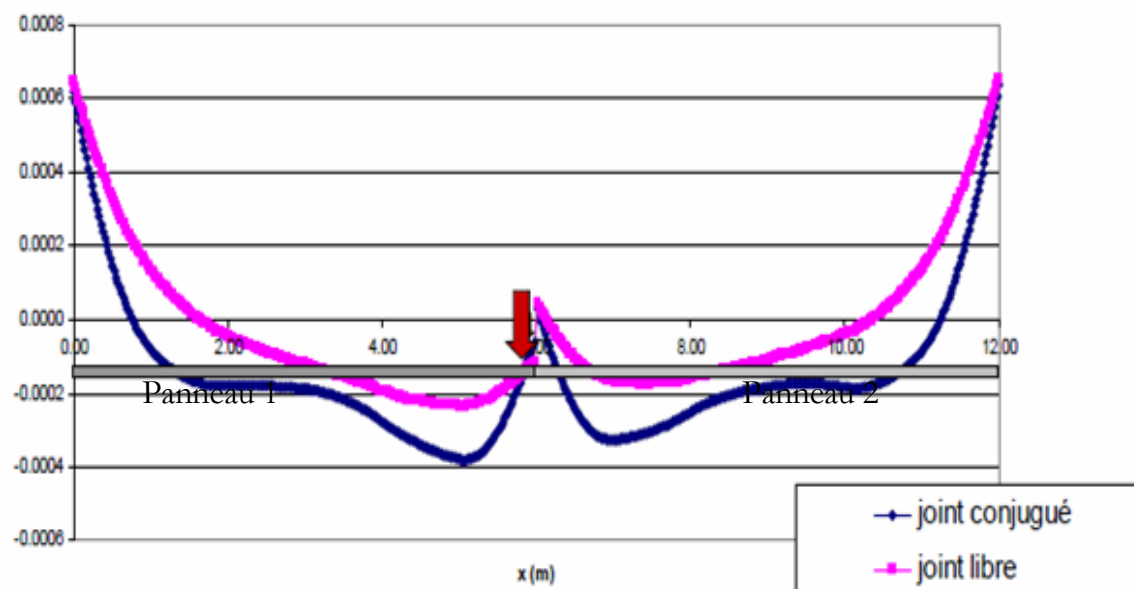


Figure 110 : déflexions (m) – charge en coin – panneaux 1 et 2 – profil PX - retrait
365 jours

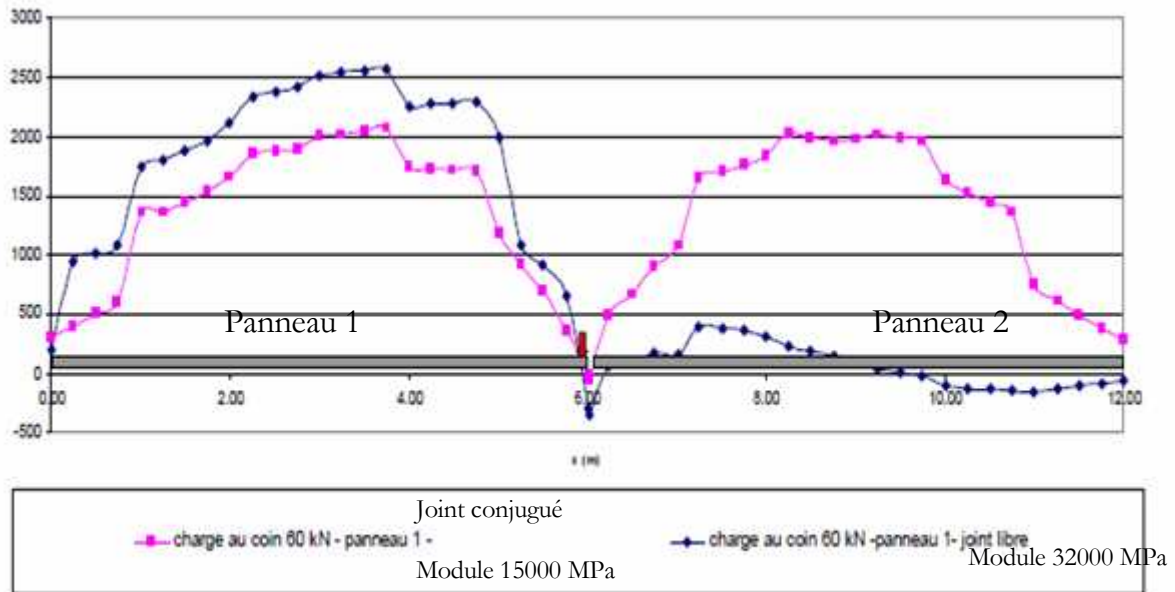


Figure 111 : contraintes σ_{xx} (kPa) dans la fibre supérieure – profil PX – panneaux 1 et 2
retrait à 365 jours

On peut tirer les mêmes conclusions qu'on a pu tirer dans le cas où la structure a été chargée uniquement par une charge statique dans le panneau 1.

On conclut que les éléments RL modélisent bien les joints conjugués.

- Etude principale

On réalise ici deux catégories de calcul ; chacune comporte une série de quatre calculs.

Dans le premier calcul, le panneau 1 est chargé en son coin par une charge répartie équivalente à une charge concentrée de 60 kN ; dans le deuxième, on charge, en plus le panneau 2 avec la même charge, mais à 30 cm de son coin ; dans le troisième on charge, en plus, le panneau 3 avec le même chargement et au même endroit que le panneau 2 et dans le quatrième calcul, tous les panneaux sont chargés en leur coin avec le même chargement (60 kN sur une surface carrée de 10 cm de côté)(figure 105).

Dans la première catégorie de calcul on considère que le module du béton est égal à son module instantané (32000 MPa) et, dans la deuxième, on tient en compte de l'effet du retrait et du fluage. Le béton du dallage est celui étudié au § 2.3.1.1.

On mènera tous les calculs de la deuxième catégorie à 365 jours, où le module différé du béton est égal à 15000 MPa.

On présente sur la figure 112, le diagramme des contraintes maximales sur la fibre supérieure suivant le profil PX (figure 105).

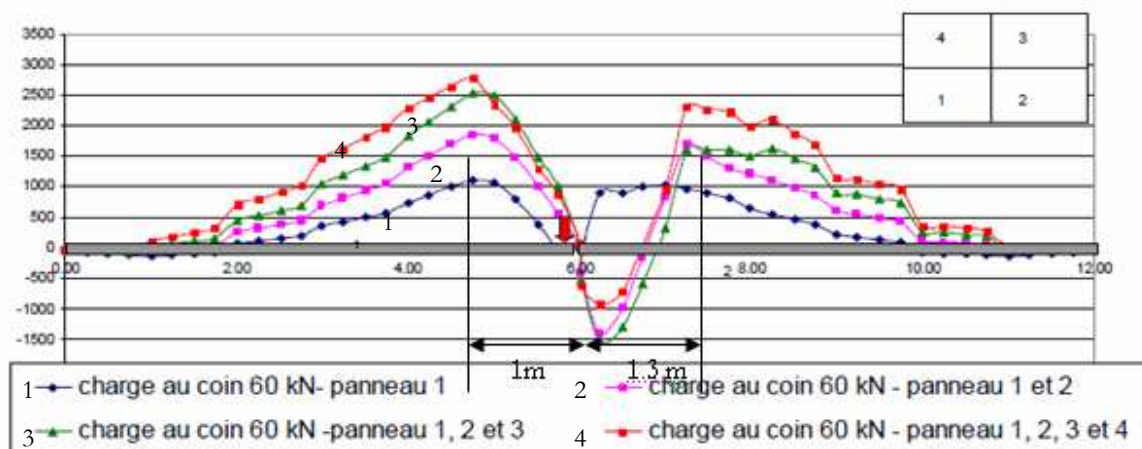


Figure 112 : Contraintes σ_{xx} dans la fibre supérieure (MPa) – profil PX - panneaux 1 et 2 –
Calcul de catégorie 1

La courbe 1 correspond au cas où seul le panneau 1 est chargé en son coin. La contrainte de traction maximale dans sa fibre supérieure est atteinte à 1 m de l'endroit du chargement (c'est-à-dire du bord du panneau).

Pour le calcul qui correspond au cas où les panneaux 1 et 2 sont chargés, la contrainte de traction dans la fibre supérieure du panneau 1 augmente d'environ 500 kPa par rapport au calcul précédent et au même endroit, c'est-à-dire, à 1 m de son bord.

Le panneau 2 subit de la compression due à la présence de la charge dans le panneau 1 et de la traction à 1,3 m du bord à cause de la localisation du chargement à 30 cm du coin.

Il subit, lui, aussi une augmentation de contrainte totale de traction de 500 kPa.

Le troisième calcul, qui ajoute un chargement au panneau 3 montre que les panneaux 1 et 2 subissent la même augmentation de contraintes par rapport au calcul précédent. Il faut noter, par contre, que les augmentations de contraintes ne sont pas atteintes à l'endroit où la contrainte de traction est maximale. Il est le cas pour le panneau 2 (la courbe 3 sur la figure 112).

Les mêmes conclusions sont tirées pour le cas où les quatre panneaux sont chargés en leurs coins.

La deuxième catégorie de calcul concerne la prise en compte de l'effet de retrait et de l'effet du fluage.

On présente sur la figure 113 le diagramme des contraintes maximales sur la fibre supérieure, suivant le profil PX de la figure 105.

On peut tirer les mêmes conclusions que précédemment, cependant par rapport aux résultats obtenus dans les calculs de la première catégorie, les contraintes ont augmenté : c'est l'effet de la prise en compte de la variation du module différé du béton.

Par ailleurs, les lieux de maximum de contraintes de traction bougent par rapport aux calculs de la catégorie précédente.

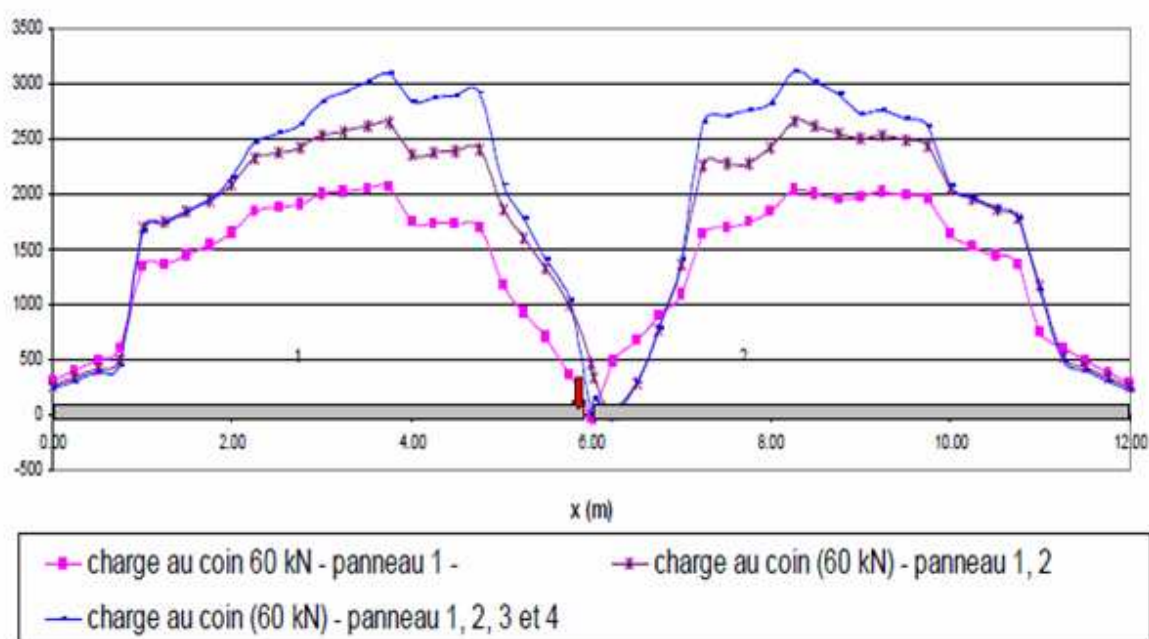


Figure 113 : Contraintes σ_{xx} dans la fibre supérieure – profil PX- retrait 365 jours – panneaux 1 et 2

3.3.4 Etude de transfert de charge

3.3.4.1 Transfert de charge W selon la norme DTU 13-3 (AFNOR, 2006)

Dans le DTU 13.3, on introduit la notion du transfert de charge W . Il exprime la capacité d'un panneau d'un dallage non chargé de soulager un panneau de dallage adjacent, chargé en son coin, qui lui est lié par un joint conjugué.

Concrètement, on calcule le transfert de charge comme suit ; pour un dallage chargé en son coin, on calcule la différence entre la contrainte de traction maximale subie quand il est isolé

et la contrainte de traction maximale subie quand il est adjacent et lié à un ou plusieurs panneaux de dallages à travers un joint conjugué.

Le transfert W s'exprime en pourcentage. C'est le rapport : différence de contraintes (expliquée précédemment) divisée par la contrainte maximale subie quand le dallage est isolé.

On prévoit trois cas de figures dans le DTU 13.3 : un, deux ou trois panneaux adjacents (figure 114). Les transferts de charge W y sont attribués à partir des retours d'expérience ou à travers des estimations. On se propose de vérifier certaines valeurs, à travers la modélisation par éléments finis (logiciel CESAR-LCPC).

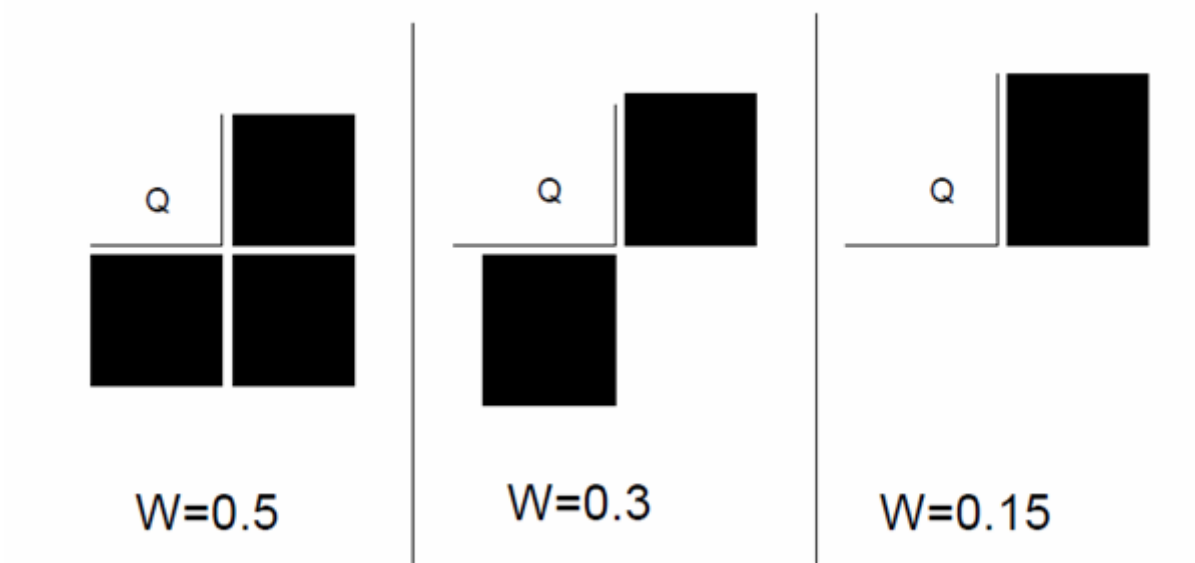


Figure 114 : transfert de chargement selon le DTU 13-3

3.3.4.2 Résultats de la modélisation avec CESAR-LCPC (§ 3.3.3.5-étude principale)

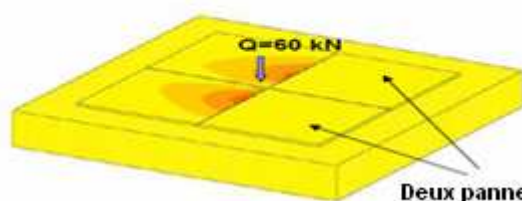
La modélisation précédente a été adoptée. Pour obtenir le troisième cas de figure c'est-à-dire deux panneaux adjacents, on supprime les deux panneaux 3 et 4. En terme de calcul numérique, cela revient à leur attribuer des caractéristiques nulles. Pour obtenir le deuxième cas de figure, on supprime le panneau 3.

On décrit les résultats obtenus à travers la figure 115 et on résume les résultats obtenus dans le tableau 12.

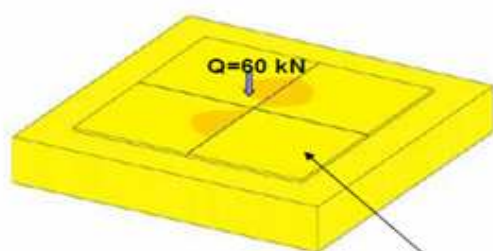
	DTU 13-3	CESAR- LCPC
Deux panneaux adjacents	0.15	0.34
Trois panneaux adjacents	0.3	0.4
Quatre panneaux adjacents	0.5	0.6

Tableau 12 : Comparaison entre les transferts de charge W donnés par le DTU 13-3 (AFNOR, 2006) et le modèle aux éléments finis CESAR-LCPC

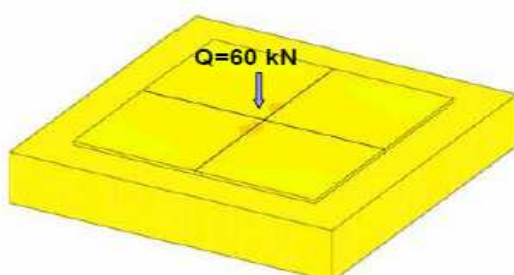
Une grande différence est relevée principalement pour le cas de deux panneaux adjacents. A priori et contrairement à ce que laisse entendre le DTU 13-3, le taux de transfert n'est pas si faible dans le cas de deux dallages adjacents (Dans ce cas, le DTU 13-3 estime le transfert de charge à seulement 15%, alors qu'il peut atteindre 34 % d'après le modèle aux éléments finis). Le nombre de panneaux adjacents ne détermine pas forcément le taux de transfert.



Contrainte maximale de traction –Panneau de dallage isolé (MPa)	Contrainte maximale de traction dans le même panneau de dallage mais un panneau à sa proximité (MPa)
2.8	1.845
Taux de transfert	34%



Contrainte maximale de traction – Panneau de dallage isolé (MPa)	Contrainte maximale de traction dans le même panneau de dallage mais deux panneaux à sa proximité (MPa)
2.8	1.68
Taux de transfert	40%



Contrainte maximale de traction – Panneau de dallage isolé (MPa)	Contrainte maximale de traction dans le même panneau de dallage mais trois panneaux à sa proximité (MPa)
2.8	1.2
Taux de transfert	60%

Figure 115 : transfert de chargement selon CESAR –LCPC (par 2 panneaux, 3 panneaux et 4 panneaux)

3.4. Conclusion

En récapitulant les résultats précédents, on peut dire que les simulations numériques ont permis de donner une idée globale sur le comportement d'un dallage, sous différents chargements, de différents types (mécaniques ou thermiques), en différents emplacements.

Le chargement en coin paraît plus préjudiciable que le chargement au bord et le chargement en zone courante. Il l'est encore lorsqu' il est combiné avec un gradient thermique. Dans ce cas, la contrainte de traction maximale se trouve sur la fibre supérieure suivant les deux profils transversal et longitudinal. Elle ne s'obtient pas au droit du chargement mais à 1 m au-delà.

L'ensemble des ces simulations montre aussi l'extrême sensibilité de la réponse d'un dallage à ses dimensions et à la nature de sa fondation.

Par ailleurs, l'élément linéaire (RL), malgré sa simplicité, paraît fiable pour la modélisation d'un joint conjugué. Il assure, en effet, les différentes fonctionnalités d'un goujon. On a vérifié qu'il permet de diminuer, voire d'annuler, le phénomène de battement entre les panneaux de dallages.

L'effet du goujonnage sur les contraintes, par rapport à la situation où le joint n'est pas goujonné est important. La présence des goujons se traduit par une diminution des contraintes de traction dans le panneau chargé dans les différents cas étudiés par le DTU 13-3 (AFNOR, 2006) (cf. §3.3.3.5).

La confrontation des résultats de la modélisation tridimensionnelle avec CESAR-LCPC à celles du DTU 13-3 a montré des différences non négligeables pour les calculs des contraintes de traction, pour les différents cas de chargement. Le chapitre suivant sert à expliquer comment les travaux de modélisation, exposés ici, ont mené à développer un module simple spécifique aux dallages greffé sur CESAR-LCPC. Il sera confronté à d'autres modèles y compris celui adopté dans le DTU 13-3 (AFNOR, 2006).

Chapitre IV

4. Module spécifique aux dallages greffé sur CESAR-LCPC

4.1. Introduction

Dans ce chapitre on décrit la conception d'un module spécifique aux dallages greffé sur CESAR-LCPC. En effet, on a vu que pour modéliser correctement un dallage il fallait tenir compte de plusieurs aspects à la fois. Le comportement du béton du dallage évolue au cours du temps en interaction avec le sol support. Le dallage peut être chargé par une ou plusieurs forces de faible ou de longue durée d'application. La structure du dallage présente des discontinuités nécessaires à son bon fonctionnement. Les travaux de modélisation du chapitre précédent ont permis de répondre à tous ces aspects, mais ils ne restent pas simples et nécessitent plusieurs tâches à effectuer parfois un peu longues et pénibles à appliquer.

On a donc créé un module d'entrées- sorties spécifique pour faciliter l'exploitation du code de calcul généraliste CESAR-LCPC dans le cas des dallages.

Il s'agit de construire des fichiers de dialogue basés sur Excel qui sont lancés au démarrage de MAX3D, le pré-processeur de CESAR-LCPC, FCESAR, son processeur, et PEG3D son post-processeur.

Ce module a été, ensuite, appliqué à des cas simples à complexes, issus de la recherche et de la profession.

Les résultats issus de la modélisation CESAR-LCPC de ces exemples sont comparés à ceux obtenus avec d'autres logiciels existants pour le calcul et le dimensionnement des dallages.

Parmi ces logiciels, on peut citer TASPLAQ qui est une application de la théorie des plaques couplée à la théorie de Boussinesq pour le sol (Cuira, 2006) développé au bureau d'étude Terrasol (Cuira, 2006) et DALLIA (Crepêt, 2009) qui est une application du DTU 13-3 (AFNOR, 2006) développée à SOCOTEC.

4.2. Conception du module spécifique aux dallages

L'idée est de pouvoir effectuer plusieurs tâches automatiquement et rapidement pour construire un modèle qui permette de calculer un dallage (en béton non armé) sous un ou plusieurs chargements, en tenant compte de l'effet du fluage, du retrait et du contact béton-sol avec le code aux éléments finis CESAR-LCPC.

On a créé alors un ensemble de fichiers de dialogues qui comprennent des listes de commandes dépendantes d'un fichier Excel, lui-même, contient l'ensemble des paramètres que l'utilisateur doit entrer pour caractériser le modèle.

L'ensemble de ces fichiers de dialogue permet de réaliser à la suite les tâches qui se rapportent à la définition de la géométrie et du maillage, des conditions aux limites et des propriétés des matériaux jusqu'à la réalisation des calculs et l'acquisition des sorties.

4.2.1. Définition de la géométrie et du maillage

Etant donné que le logiciel CESAR-LCPC dispose d'une capacité maximale de maillage d'environ 40000 nœuds en 3D, on ne peut pas se permettre de construire des modèles de très grande taille. Il faut donc se fixer des limites dans la modélisation.

Par conséquent, ce module spécifique ne permet de traiter que des modèles types avec un à quatre panneaux de dallages, avec des chargements concentrés et/ou des charges réparties, une charge mobile, un rack et quatre couches de sol au maximum (y compris la couche de fondation). On définit un rack par une structure métallique destinée à recevoir des tiroirs, des châssis, des platines ou des panneaux.

Ce choix peut être justifié par le fait que lorsqu'un panneau de dallage se trouve à proximité d'autres panneaux par l'intermédiaire de joints conjugués, il est suffisant de traiter au maximum le cas où il est à proximité de trois panneaux qui délimitent ses côtés.

En plus, le cas d'un rack simple peut être un cas particulier du rack double. Ensuite, un dallage peut être dimensionné en ne considérant que la position défavorable de la charge mobile à proximité de quelques pieds de racks, indépendamment des autres chargements lointains. Enfin, on peut considérer au minimum à travers les quatre couches de sol la fondation et trois couches de sols. L'utilisateur donnera les dimensions du dallage ainsi que les hauteurs de chaque couche de sol et les localisations des différents chargements.

Le maillage se construit en deux étapes. En effet, le maillage tridimensionnel est généré à partir d'un maillage horizontal bidimensionnel (2D).

La géométrie du maillage 2D construite, est constituée de rectangles. On considère deux maillages en 2D l'un pour le corps du dallage et l'emplacement des charges, l'autre pour le massif du sol à la cote $z=0$.

En cas de définition d'un panneau de dallage, isolé chargé en son coin, les deux maillages 2D sont construits à partir des deux géométries indiquées sur les figures 116 et 117.

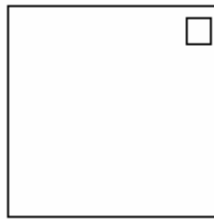


Figure 116 : géométrie pour panneau de dallage

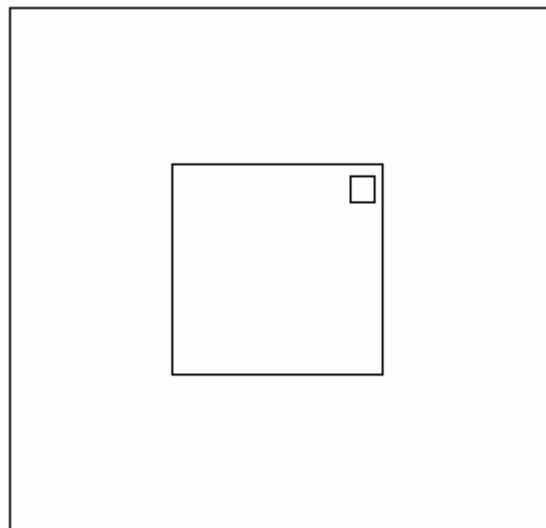


Figure 117 : géométrie pour massif du sol

La création du maillage 3D est obtenue par extension en hauteur des deux maillages précédents.

Le premier maillage 3D correspond au corps du dallage et se fait par extension de la surface à la cote $+h$: épaisseur du dallage.

Le deuxième maillage est étendu n fois successives aux hauteurs respectives de chaque couche de sol (avec n nombre de couches de sol, inférieur ou égal à 4), en cas de massif multicouche.

Les couches de sol sont rassemblées par adhérence des nœuds pour obtenir un maillage en 3D pour le massif du sol.

Les deux maillages, ainsi obtenus, sont rassemblés par l'intermédiaire d'un élément sans épaisseur constituant l'interface de contact entre le dallage et le massif du sol.

Dans le cas de plusieurs panneaux de dallage, cinq maillages bidimensionnels sont construits au maximum l'un correspondant au massif du sol et les autres aux panneaux de dallages (quatre panneaux au maximum).

On suppose que le dallage a une épaisseur homogène sur la totalité de sa surface. Les maillages pour panneaux de dallages sont étendus à la cote $+h$: épaisseur du dallage. Ils sont ensuite collés entre eux par des éléments RL (cf. § 3.3) pour modéliser les joints conjugués. Une ouverture du joint est définie, par défaut, à 3 mm.

L'ensemble des panneaux de dallage et des joints conjugués est collé au maillage 3D correspondant au massif du sol par l'intermédiaire d'une interface frottante.

Le maillage tridimensionnel est constitué par des éléments prismatiques à 15 nœuds (figure 118). L'interface entre le dallage et sa couche est constituée par des éléments spéciaux de contact triangulaires à 6 nœuds grâce auxquels peut être déclenché le décollement (cf. § 3.2.7).

En effet, un maillage constitué par des éléments cubiques à 24 nœuds (figure 118) et des éléments spéciaux de contact quadrangulaires à 8 nœuds a induit des modèles de très grandes tailles.

Ce type de maillage peut comporter jusqu'à 38000 nœuds ce qui ne permet pas de répondre efficacement au problème vu les temps des calculs qu'il demande.

Le choix des éléments hexaédriques a permis de diminuer, jusqu'à un tiers, les tailles des maillages obtenus en utilisant des éléments quadrangulaires.

L'utilisateur doit fournir deux pas de maillage l'un propre au dallage et l'autre à la frontière qui délimite le massif du sol.

Les deux pas de maillage restent uniformes sur chacun des dallages et la frontière du sol.

On recommande un maillage plus serré pour le dallage que pour le massif du sol ; ceci est dans le but d'avoir une bonne précision pour les calculs des contraintes au sein du dallage.

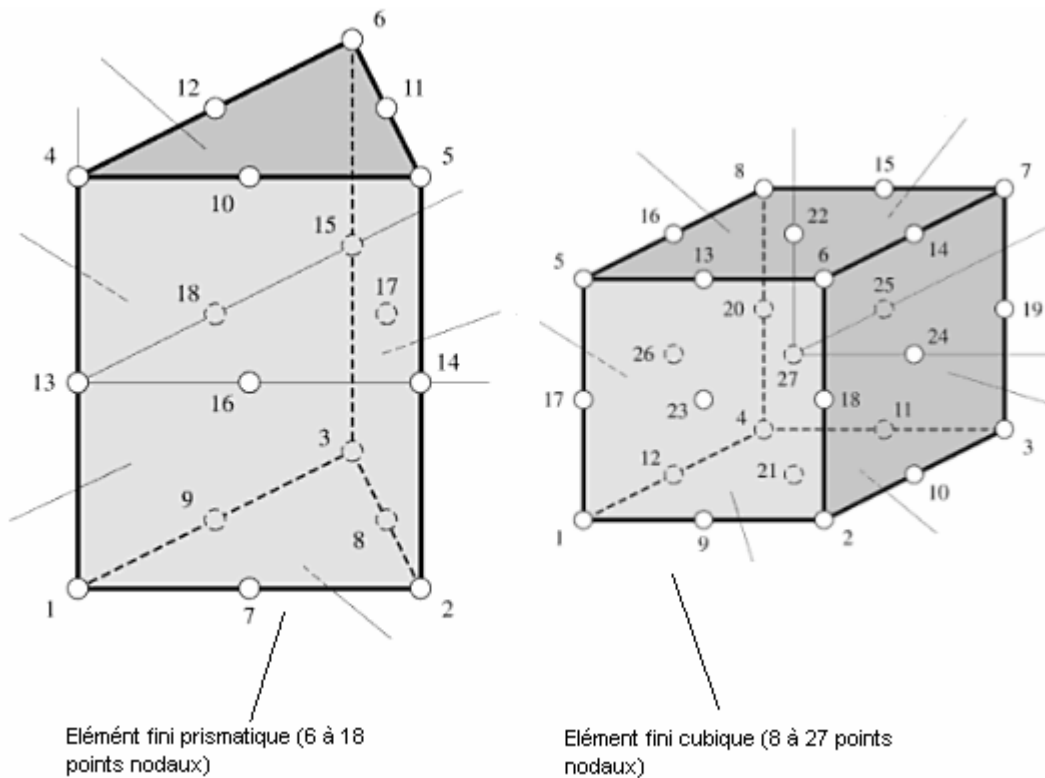


Figure 118 : Eléments finis : cubique et prismatique (Gmur, 2000)

4.2.2. Conditions aux limites

Les conditions aux limites qui sont imposées automatiquement à la structure supposent que le dallage de béton n'est pas libre, elle est retenue par les éléments de contact avec le sol. La couche de fondation et le sol support ont leurs déplacements longitudinaux u (suivant l'axe x) et leurs déplacements transversaux v selon l'axe des y imposés nuls respectivement sur leurs bords transversaux et leurs bords longitudinaux.

La base du sol support a tous ses déplacements (longitudinaux, transversaux et verticaux) bloqués.

4.2.3. Propriétés des matériaux

L'utilisateur doit entrer les propriétés mécaniques du dallage et du sol. Ils sont supposés élastiques linéaires isotropes. Le sol est caractérisé par son module d'Young, son coefficient de Poisson et son poids volumique. Le dallage est caractérisé par son module d'Young (égal au module différé à un instant t), son coefficient de Poisson et son poids propre. Un utilitaire, basé sur les formules données dans l'Eurocode 2-Annexe B (AFNOR, 2005), est mis en place pour déterminer le module différé à l'instant du calcul.

De plus, l'utilisateur doit fournir les paramètres liés au comportement thermo hydromécanique :

- β coefficient de retrait endogène (§ 2.2.1) ;
- α coefficient de dilatation thermique (§ 2.2.2) ;
- T_0 température extérieure (§ 2.2.2) ;
- C_0 teneur en eau initiale dans le béton du dallage (§ 2.2.3) ;
- C_{eq} teneur en eau finale dans le béton du dallage (§ 2.2.3) ;
- A vitesse de diffusion (§ 2.2.3) ;
- k coefficient de compressibilité hydrique (§ 2.2.3) ;
- t temps de calcul.

4.2.4. Propriétés de l'interface

Pour avoir un comportement frottant tout au long de l'interface, la cohésion est prise par défaut très faible mais non nulle (de l'ordre de quelques Newtons) pour des raisons de convergences numériques avec un angle de frottement est pris par défaut égal à 30° (l'utilisateur peut le changer). Conventionnellement, la rigidité est prise égale à celle du plus faible des deux matériaux du contact. L'angle de dilatance n'a aucun effet sur les calculs ; il est pris égal à l'angle de frottement. La résistance à la traction pour vérifier le décollement est prise presque nulle (de l'ordre de quelques Newtons).

4.2.5. Déroulement du calcul

On suppose uniformes les conditions d'appui du dallage sur sa fondation dans son état initial.

Le calcul se fait en deux phases. La première est consacrée au calcul sous poids propre. Les déplacements obtenus pendant la première phase sont annulés.

Cette phase sert à l'initialisation de la deuxième phase, pendant laquelle le dallage est soumis aux différents chargements.

L'utilisateur doit fournir les intensités des charges sur les pieds de racks, des charges uniformément réparties et des charges mobiles (charge sur chaque essieu).

Les pressions qui provoquent le tuilage présentées dans le chapitre précédent sont calculées à partir de la donnée des déformations de retrait à la surface et à la sous-face du dallage (cf. § 3.2.11). Ces dernières sont calculées à partir du modèle obtenu par couplage thermo

hydromécanique fourni au deuxième chapitre (cf. § 2.2.4). L'utilisateur doit fournir un ensemble de paramètres indispensables pour le calcul de ces déformations. On a expliqué, dans le même chapitre, la manière avec laquelle on peut déterminer ces derniers paramètres (cf. § 2.3).

4.2.6. *Résultats*

Le module spécifique aux dallages permet de visualiser les résultats d'un calcul sous format graphique ou tabulée. En se basant sur des fichiers de dialogues liés au post processeur PEG3D, on arrive à obtenir des isovaleurs de contraintes ou déplacements dans des coupes horizontales dont les niveaux sont choisis par l'utilisateur. Ces isovaleurs sont transformées, au choix en des tableaux contenant les valeurs de contraintes ou déplacements en chaque nœud défini par ses coordonnées dans le plan.

On résume sur la figure 119 les différents paramètres d'entrées et de sorties pour le module spécifique aux dallages.

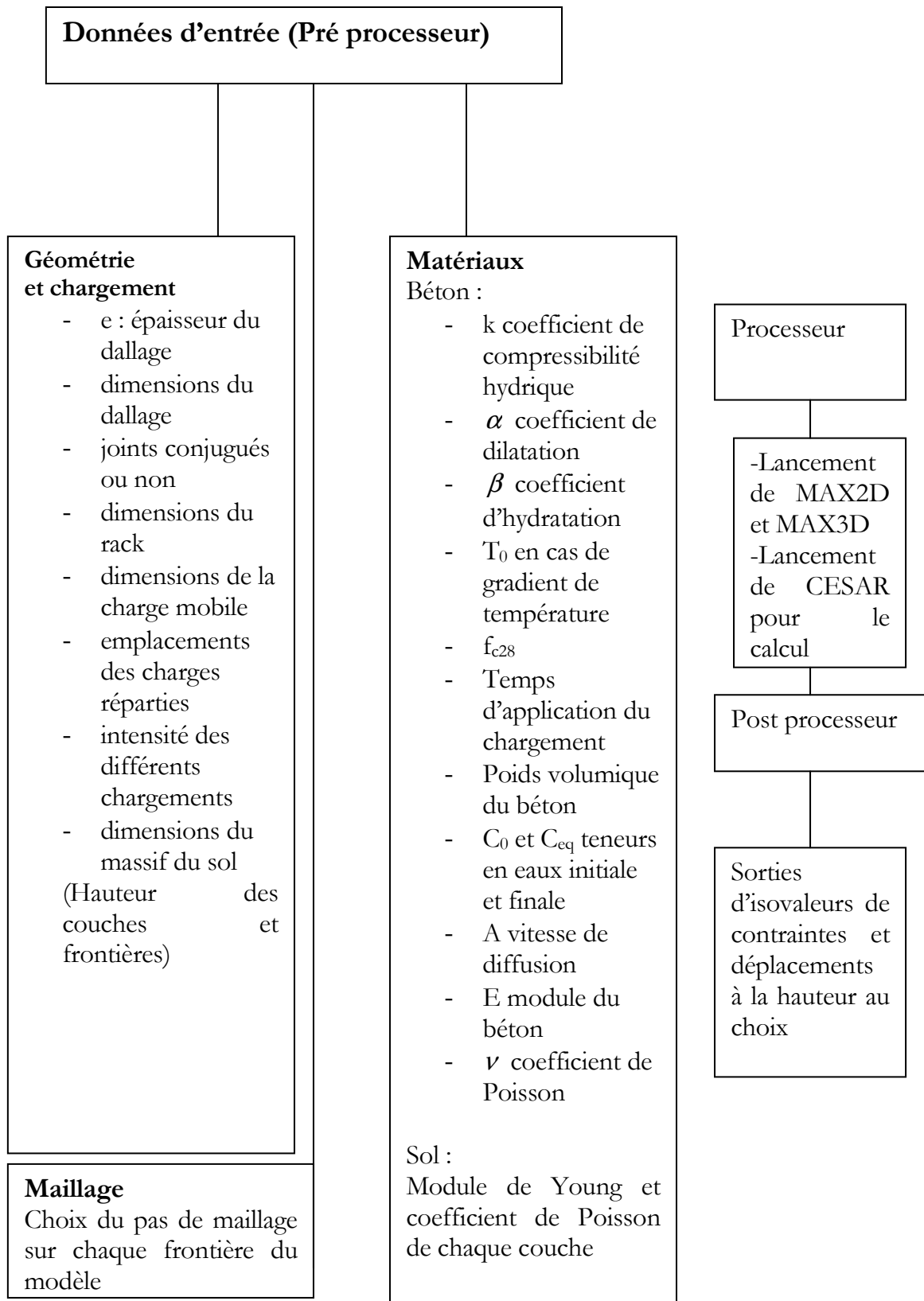


Figure 119 : donnée d'entrées et sorties pour le module spécifique aux dallages sur CESAR-LCPC.

4.3. Applications

4.3.1. Exemple 1

Il s'agit d'un exemple simple d'un panneau de dallage isolé reposant sur un multicouche de sol chargé en son centre par une charge ponctuelle. Cet exemple théorique a pour but de comparer les résultats donnés par le modèle CESAR-LCPC avec ceux donnés avec le modèle TASPLAQ de Terrasol (Cuira, 2006). Celui-ci est actuellement commercialisé pour être utilisé dans le dimensionnement des dallages en France.

TASPLAQ est un programme informatique qui permet de traiter le tassement et la déformée de plaques d'inertie variable, sous chargement ponctuel et/ou réparti. Il est basé sur un couplage entre une formulation en éléments finis de plaque et les formules de Boussinesq (Cuira, 2006). La prise en compte de l'interaction sol-structure se traduit par l'élimination de la liaison entre la plaque et le sol au droit des nœuds où la pression est négative (décollement). Il se distingue par une fonctionnalité qui consiste à désactiver des éléments permettant de prendre en compte une plaque de forme polygonale, l'existence d'un trou à l'intérieur de celle-ci, la présence d'un joint complet, ou encore plusieurs plaques indépendantes.

On décrit l'exemple étudié sur la figure 120 tel qu'il a été étudié par le modèle TASPLAQ de Terrasol (Cuira, 2006).

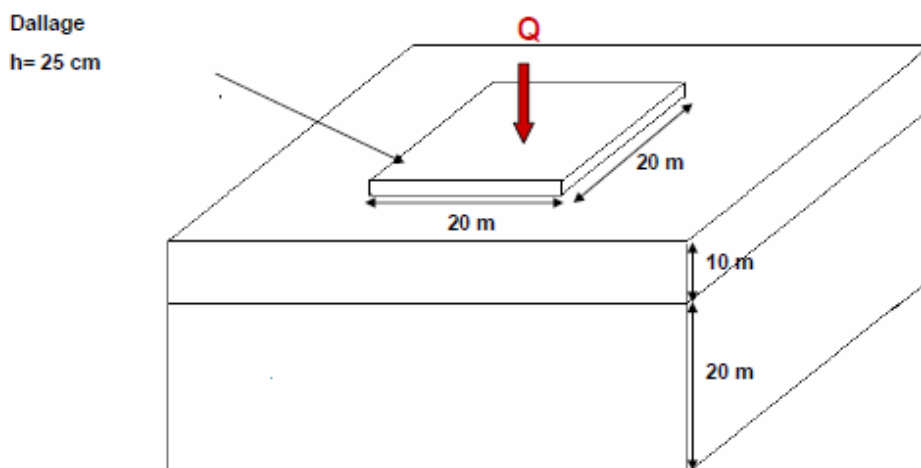


Figure 120 : géométrie et propriétés mécaniques de l'exemple 1.

Le dallage et les différentes couches de sol sont considérés comme étant élastiques. Leurs propriétés mécaniques sont données dans le tableau 12.

	dallage	1 ^{ère} couche	2 ^{ème} couche
Module de Young (MPa)	10000	15	45
Coefficient de Poisson	0.2	0.3	0.3

Tableau 12 : Propriétés mécaniques des matériaux

On s'intéresse à comparer les résultats, concernant les déplacements verticaux et les contraintes de traction dans le dallage issus des deux modèles TASPLAQ et le module spécifique sur CESAR-LCPC (cf. § 4.2).

On note que dans la modélisation avec CESAR-LCPC, le module différé du béton est pris égal à 10000 MPa ce qui correspond à 2393 jours depuis la construction du béton du dallage d'après la formule donnée dans l'EUROCODE 2 - Annexe B (AFNOR, 2005) (cf. § 3.2.12). On suppose que le chargement est appliqué à 30 jours depuis la construction du béton du dallage et que l'humidité relative est égale à 50 %.

Le béton du dallage est celui étudié au § 2.3.1.1. IL a pour caractéristiques $T_0=20^\circ\text{C}$, $C_0=90 \text{ kg/m}^3$, $C_{eq}=30 \text{ kg/m}^3$, $A= 8.10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$, $k= 5.10^{-6}\text{m}^3/\text{kg}$, $\alpha=10^{-5} \text{ m/m/}^\circ\text{K}$ et $\beta=100.10^{-6} \text{ m/m}$.

Les déformations totales et effectives (obtenues par régression linéaire des déformations totales) de retrait correspondantes sont présentées sur la figure 121.

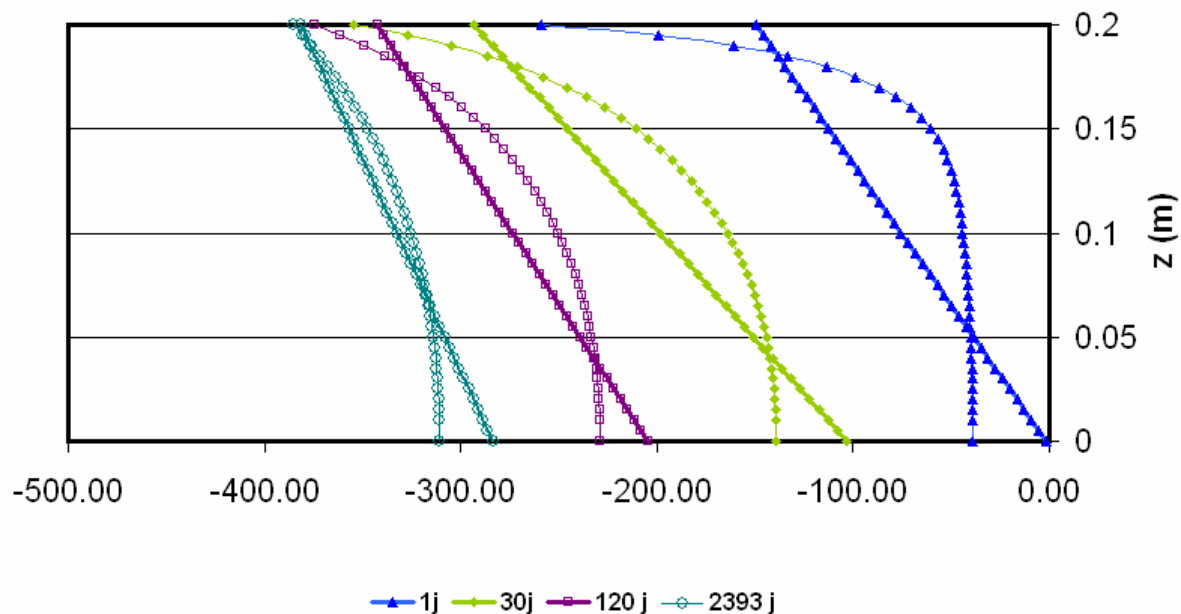


Figure 121 : Diagramme de déformations de retrait et de déformations effectives du béton du dallage de l'exemple 1.

Dans un premier temps on ne considère que l'effet de la charge concentrée d'intensité égale à 500 kN et pas l'effet du retrait.

Les résultats concernant les déplacements verticaux donnés par CESAR-LCPC, TASPLAQ et le DTU 13-3 sont résumés dans le tableau 13.

	DTU 13-3	TASPLAQ - TERRASOL	CESAR-LCPC
Déplacement vertical	6.2 mm	6.7 mm	7 mm
Ecart relatif	12%	6%	

Tableau 13 : sans effet de retrait

Dans un deuxième temps, on considère l'effet de la charge concentrée égale à 500 kN et du retrait à trois ans. On résume les résultats concernant les déplacements verticaux obtenus par les trois modèles précédents dans le tableau 14. On reporte le diagramme des flexions suivant la diagonale du dallage donné par TASPLAQ et par le module spécifique aux dallages sur la figure 122.

	DTU 13-3	TASPLAQ - TERRASOL	CESAR-LCPC
Déplacement vertical	6.2 mm de tassement +1.2 mm de soulèvement	6.7 mm de tassement	7 mm de tassement + 3 mm de soulèvement
Ecart relatif	10%	25%	

Tableau 14 : effet d'une charge concentrée (500 kN) et du retrait.

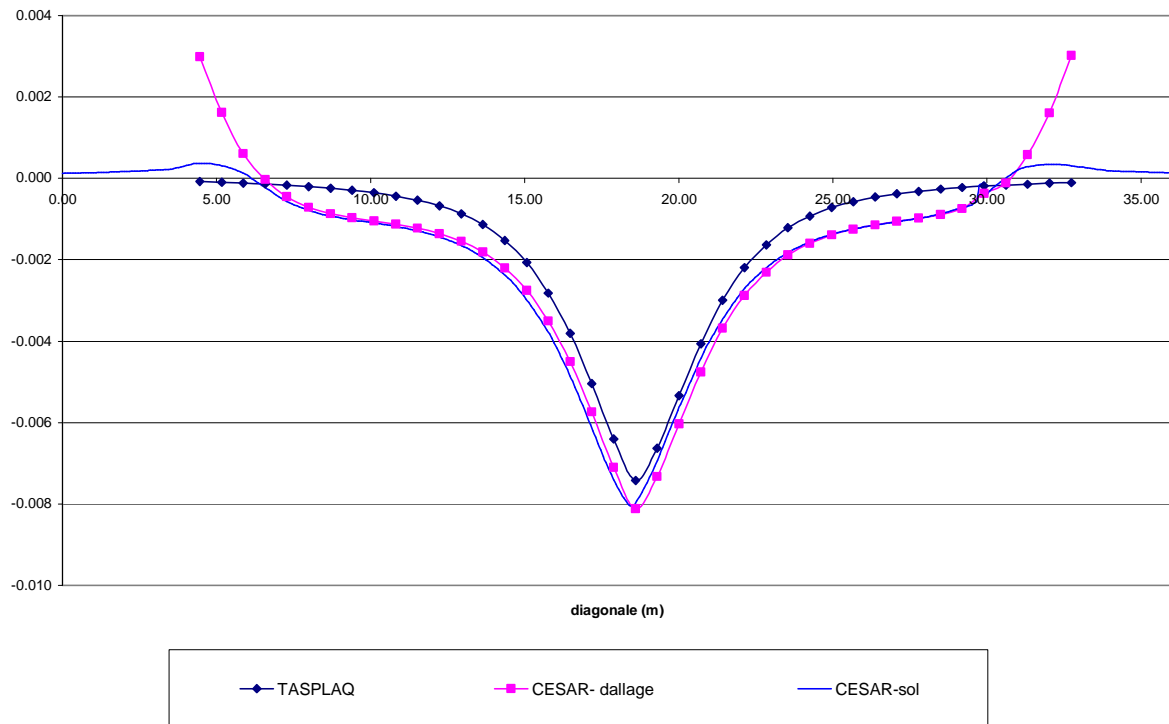


Figure 122 : déplacements verticaux suivant la diagonale donnés par TASPLAQ et CESAR-LCPC pour 500 kN de chargement.

On ne constate pas de différences significatives entre le modèle TASPLQ et CESAR-LCPC au niveau des contraintes de traction dans la fibre inférieure du dallage quand il est seulement chargé au centre à 300 kN. En effet, le modèle TASPLAQ consiste à considérer les matériaux comme étant élastiques linéaires. Ce type de modèle implique un calcul de type linéaire (sans interface) qui, dans le cas d'un chargement statique, donne des résultats similaires aux résultats d'un calcul non linéaire. Ceci a été montré dans le chapitre précédent (cf. §. 3.2.9).

Les différences deviennent plus significatives quand on tient compte de l'effet du retrait et de l'effet de la charge statique simultanément avec le modèle CESAR-LCPC puisque le modèle TASPLAQ ne peut pas modéliser le retrait.

On présente sur la figure 123, le diagramme des contraintes de traction dans la fibre inférieure suivant la diagonale du dallage dans les deux cas : avec et sans effet du retrait.

L'écart relatif obtenu entre les modèles TASPLAQ et CESAR-LCPC s'élève à 23% (figure 123) ;

On obtient plus de flexion sur la fibre inférieure sous l'effet du retrait ce qui a engendré une augmentation de la contrainte de traction maximale de plus de 1 MPa.

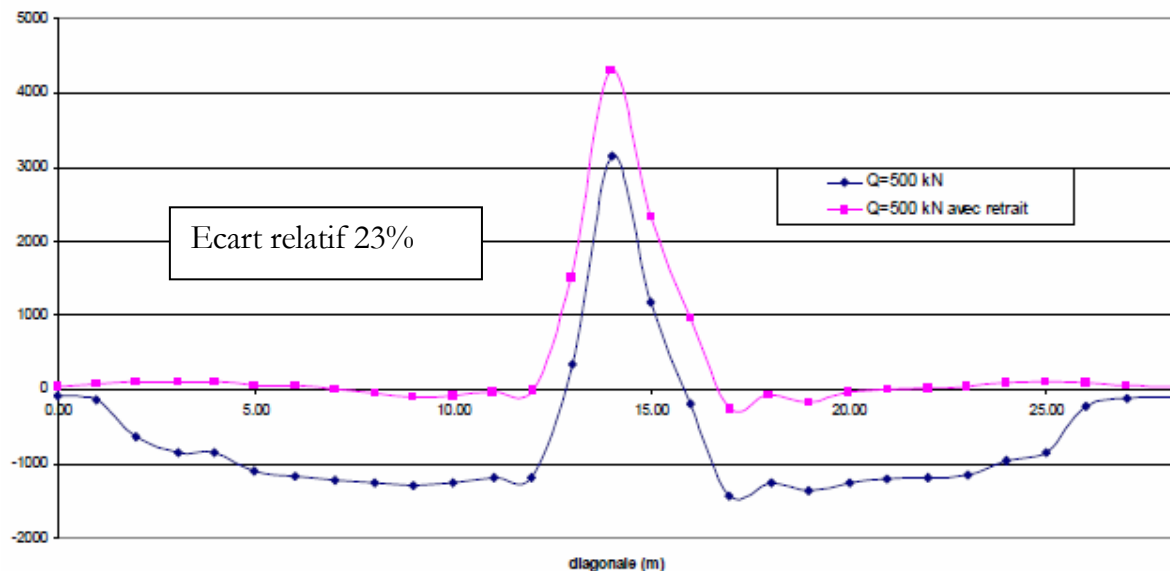


Figure 123 : contrainte σ_{xx} (kPa) de traction maximale avec et sans effet du retrait

4.3.2. Exemple 2 : effet d'un remblai

Cet exemple est choisi et étudié par le modèle TASPLAQ pour mettre en évidence l'effet d'un remblai quand il se trouve à proximité d'un dallage. On considère un dallage sous forme de L, constitué de trois panneaux liés entre eux par des joints francs. Ils sont chargés en leurs centres par des charges ponctuelles d'intensité égale à 300 kN. On charge le terrain à proximité du dallage par un remblai de hauteur 2 m. On le modélise par une charge équivalente égale à 40 kPa répartie sur la surface de chargement du remblai.

On résume dans le tableau 15 les caractéristiques mécaniques et géométriques du modèle.

	dallage	1 ^{ère} couche	3 ^{ème} couche	2 ^{ème} couche
Epaisseur	50 cm	10 m	5m	20 m
Module de Young	10000	30	10	60
Coefficient de Poisson	0.2	0.3	0.3	0.35

Tableau 15 : Caractéristiques mécaniques et géométriques du modèle

On considère deux cas de chargement : le premier correspond aux trois charges ponctuelles au centre de chacun des trois panneaux de dallages, le deuxième ajoute la charge correspondante au remblai.

On compare les résultats concernant les contraintes et déplacements issus des deux calculs, ainsi que les résultats issus des modèles CESAR-LCPC et TASPLAQ pour chacun de ces deux calculs.

On constate que le panneau à proximité du remblai subit plus de tassement que lorsqu'il est seulement chargé par une charge ponctuelle. IL subit un tassement de 8.5 mm au lieu de 6 mm sans remblai. L'effet d'une charge extérieure sur le comportement d'un dallage n'est pas pris compte par la méthode de dimensionnement du DTU 13-3 (AFNOR, 2006). Ceci peut être une source d'erreur importante dans l'évaluation des tassements et déformations absolues nécessaires pour le dimensionnement aux états limites de service.

Par contre, on ne constate aucune différence concernant les contraintes de traction dans tout le dallage avec ou sans remblai.

On présente sur la figure 124 le diagramme des déplacements verticaux selon le profil de calcul indiqué sur la figure à gauche dans le même tableau avec et sans remblai.

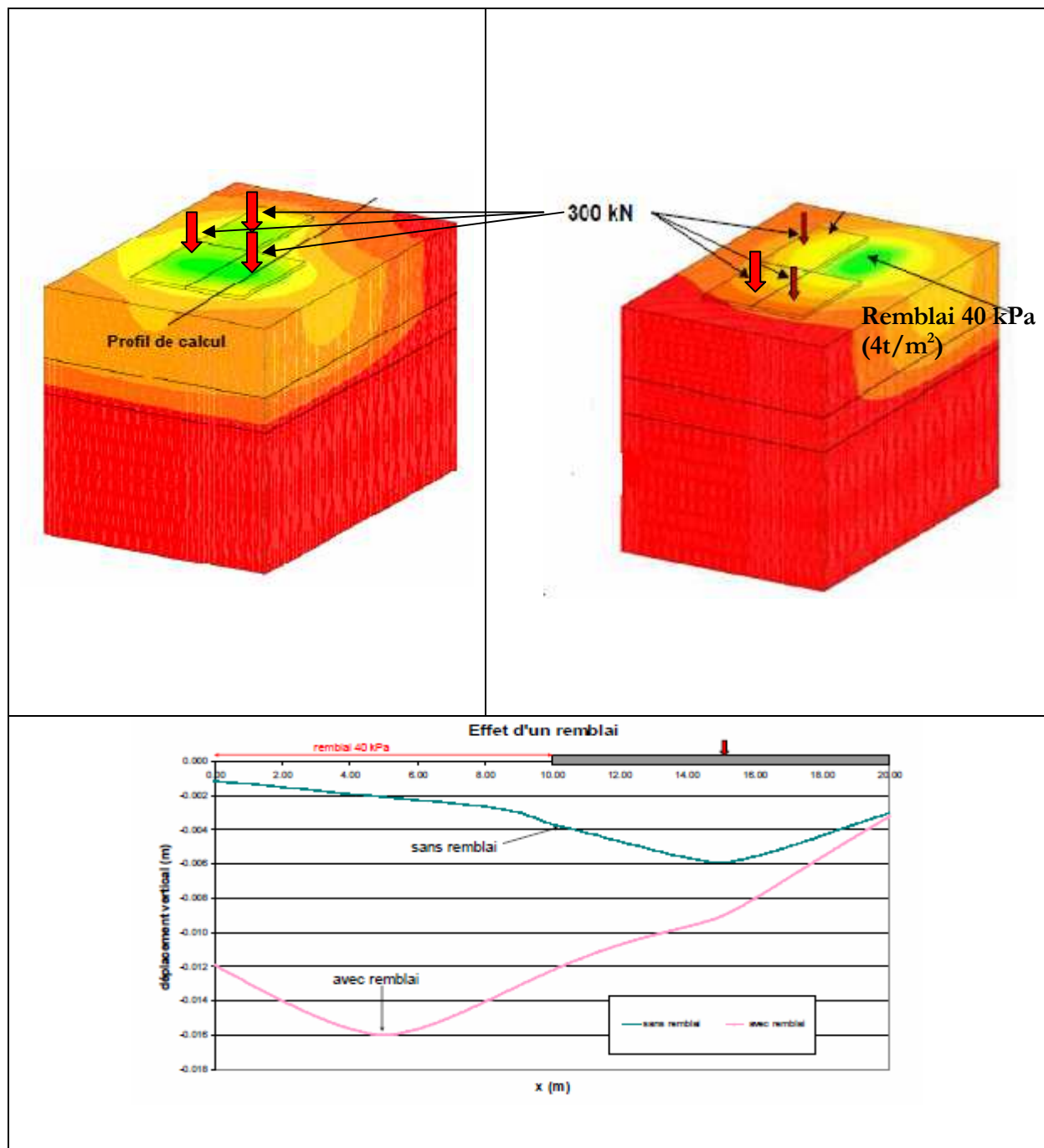


Figure 124 : comparaison des déplacements verticaux avec et sans remblai

On compare dans le tableau 16 les résultats issus des modèles TASPLAQ et CESAR-LCPC. L'effet du remblai sur les contraintes de traction dans le dallage n'est pas non plus très significatif.

	TASPLAQ	CESAR-LCPC	Ecart relatif
Déplacement vertical sans remblai (mm)	7	6	14%
Déplacement vertical avec remblai (mm)	9.7	10.1	4%
Contraintes de traction dans la fibre inférieure sans	3.8	4.2	10%

Tableau 16 : effet d'un remblai : résultats TASPLAQ et CESAR-LCPC

Les écarts relatifs entre les modèles TASPLAQ et CESAR-LCPC varient entre 4 et 14 %. Ils sont inférieurs à ceux obtenus avec l'exemple 1 (cf. § 4.3.1). Ceci est lié au fait que dans les deux calculs (avec et sans remblai) on ne considère pas l'effet du retrait.

4.3.3. Exemple 3

Cet exemple contient, en réalité, une série de cas simples calculés par DALLIA, logiciel intégrant totalement la norme DTU 13-3 (AFNOR, 2006). On s'intéresse, ici, à comparer les résultats de ces exemples obtenus suite aux calculs DALLIA et CESAR-LPCP à travers le module spécifique aux dallages développé (cf. § 4.2).

4.3.3.1. Description générale des cas traités

Il s'agit de quatre cas traités dans lesquels, on considère que le dallage est de 20 cm d'épaisseur, construit en béton non armé de classe C25/30.

Il ne s'agit pas d'un dallage isolé mais d'un ensemble de seize panneaux avec des joints sciés goujonnés, espacés de 6 m X 6 m.

Tous les exemples ont été traités avec deux sols différents (sol « bon » et sol « mauvais ») dont on donne les caractéristiques mécaniques et géométriques dans les tableaux 17 et 18. Les quatre couches qui constituent ces deux sols sont considérées comme étant élastiques caractérisées par leurs modules de Young et leurs coefficients de Poisson.

Sol « Bon »	Couche 1	Couche 2	Couche 3	Couche 4
Epaisseur (m)	0.5	2	4	1
Module de Young (MPa)	20	30	50	200
Coefficient de Poisson	0.35	0.35	0.35	0.35

Tableau 17 : caractéristiques mécaniques et géométriques du « bon » sol

Sol « mauvais »	Couche 1	Couche 2	Couche 3	Couche 4
Epaisseur (m)	0.5	2	4	1
Module de Young (MPa)	20	5	15	30
Coefficient de Poisson	0.35	0.35	0.35	0.35

Tableau 18 : caractéristiques mécaniques et géométriques du « mauvais » sol

On note que la valeur du retrait prise en compte dans les calculs DALLIA est de 0,4 mm/m et qu'aucun gradient thermique n'est considéré.

Tous les calculs ont été effectués avec un module du béton E_{bv} dit de longue durée et donné par la formule [1].

$$E_{bv} = 3700 \times \sqrt[3]{f_{c28}} \quad (\text{BAEL, 1991}) \quad [1]$$

La formule [1] donne un module égal à 10818 MPa pour un béton de classe de résistance C25/30. Ce module est utilisé pour les calculs des sollicitations et déformations sous des charges statiques. Le module dit de courte durée E_{bi} est utilisé pour leurs calculs sous des charges dynamiques. Il est donné par la formule [2].

$$E_{bi} = 11000 \times \sqrt[3]{f_{c28}} \quad (\text{BAEL, 1991}) \quad [2]$$

On ne s'intéresse qu'aux chargements statiques. Les chargements appliqués dans les quatre exemples traités sont résumés dans le tableau 19.

Exemple 1	Exemple 2	Exemple 3	Exemple 4
Charge répartie 30 kN/m ² sur : -surface A : 6m X 6m ; -surface B : 12 m X 12 m (16 panneaux de 6m X 6 m).	Charge ponctuelle Statique 50 kN sur platines 15 cm X 15 cm	Deux Charges ponctuelles Statiques 50 kN sur platines 15 cm X 15 cm espacés de 0,5 m	Quatre charges ponctuelles Statiques 50 kN sur platines 15 cm X 15 cm espacés de 1 m au carré

Tableau 19 : planning des chargements sur les exemples traités.

4.3.3.2. Modélisation avec CESAR-LCPC (module spécifique aux dallages)

Les contraintes maximales sont fournies dans la zone courante, le bord et l'angle. Les déplacements fournis sont les tassements maximums (tassements absolus) au niveau des chargements et les déplacements différentiels qui s'obtiennent par différence du soulèvement le plus grand, sous l'effet du retrait différentiel, et du tassement le plus grand, en valeur absolue, subi par le dallage sous un chargement donné.

Les contraintes de traction maximales dans la zone courante sont données sous un chargement appliqué, dans la zone courante. Les contraintes de traction maximales au bord sont données, sous le même chargement mais appliqué au bord, dans un emplacement défavorable, déterminé par DALLIA, et de même pour les contraintes de traction en angle.

Les emplacements des chargements au bord et en angle qui donnent les contraintes les plus préjudiciables d'après DALLIA pour chaque exemple traité sont donnés sur la figure 125.

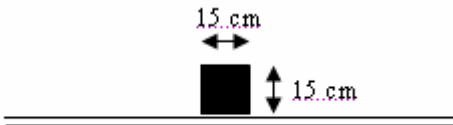
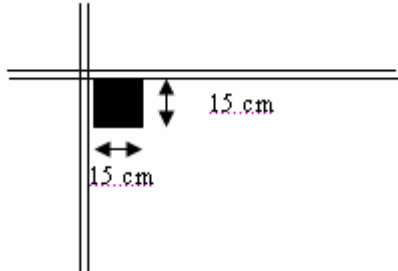
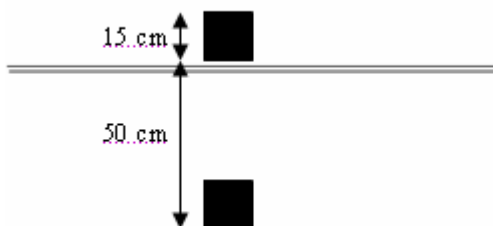
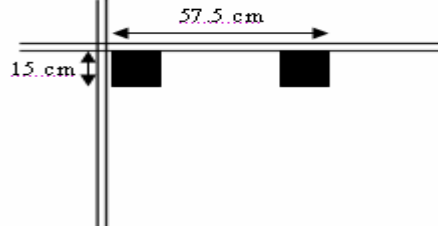
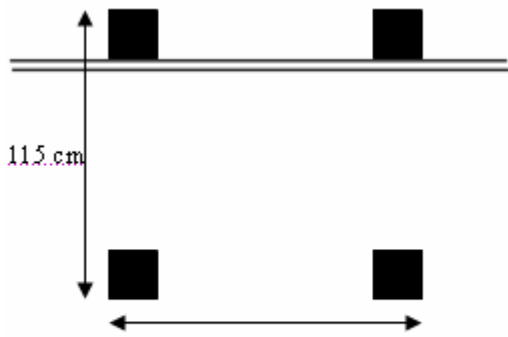
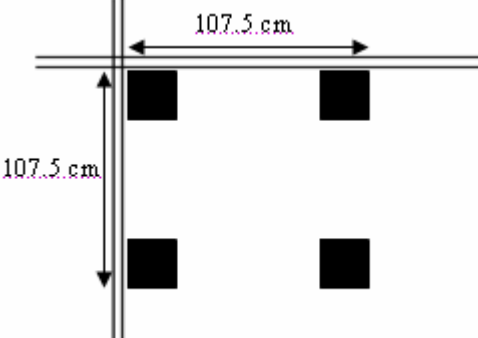
Exemple 2	 <p>bord</p>	 <p>angle</p>
Exemple 3	 <p>bord</p>	 <p>angle</p>
Exemple 4	 <p>bord</p>	 <p>angle</p>

Figure 125 : tableau des positions défavorables des chargements placés au bord et à l'angle pour les exemples 2, 3 et 4 (seize panneaux 6 m X 6 m définis avec DALLIA, quatre panneaux 6 m X 6 m définis avec CESAR-LCPC)

Tous les exemples précédents sont traités par un modèle unique sur CESAR-LCPC en utilisant le module spécifique aux dallages. On rappelle que ce dernier ne peut traiter que des modèles qui prennent en compte seulement quatre panneaux de dallages.

Les mêmes propriétés géométriques sont reportées dans le modèle donné sur la figure 126. Les emplacements des chargements dans la zone courante, dans la zone du bord et celle de l'angle sont prévus sur ce même modèle.

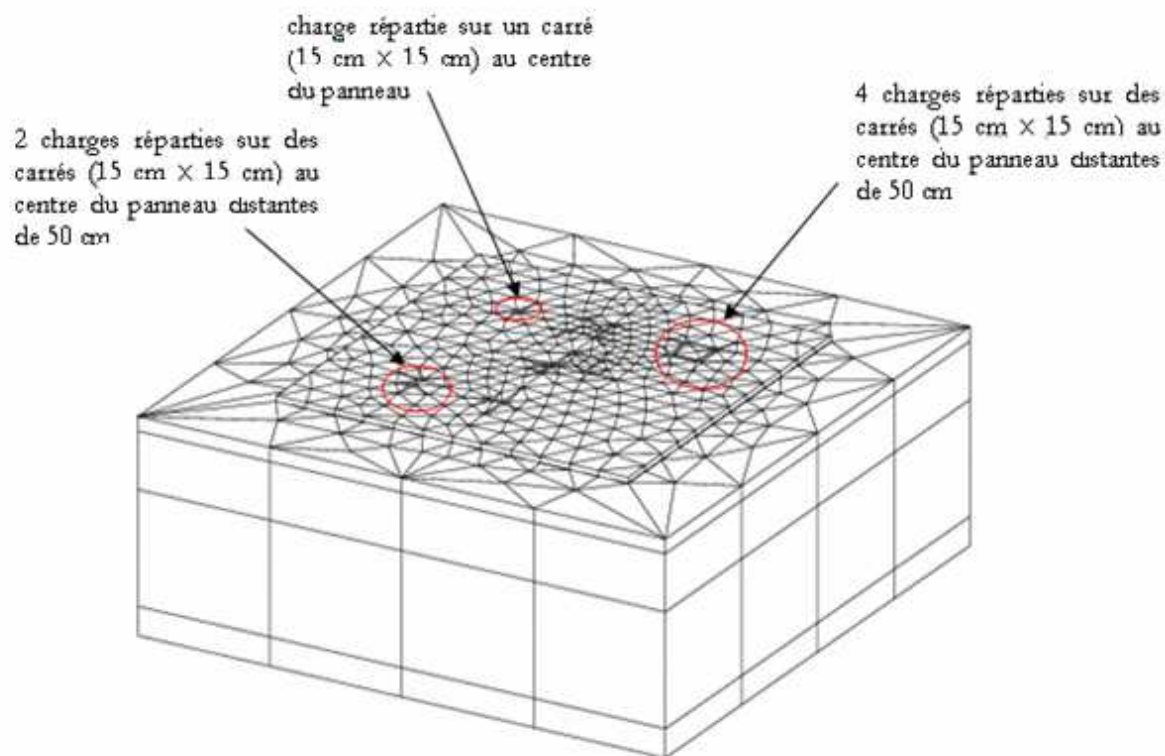


Figure 126 : maillage 3D pour les exemples 1, 2, 3 et 4.

Les déformations de retraits utilisées pour le calcul avec CESAR-LCPC sont celles obtenues pour le béton de classe C25/30 instrumenté par le témoin 1 (cf. § 2.3.1.1).

Dans tous les calculs on considère que le module du béton est égal à son module différé, c'est-à-dire, 10818 MPa.

Le temps correspondant à ce module différé est obtenu par calage en utilisant la formule donnée par l'Eurocode 2- annexe B (cf. § 3.2.12). On suppose que l'hygrométrie du béton est égale à 50 % et que le chargement est appliqué à 30 jours depuis la construction du dallage.

Ce temps est égal à 2393 jours et est utilisé pour calculer les déformations de retrait. On obtient le diagramme des déformations de retrait et des déformations de retrait effectives à 2393 jours donné sur la figure 121 (§ 4.3.1.).

4.3.3.3. Résultats obtenus avec CESAR-LCPC et comparaison avec DALLIA

On s'intéresse tout d'abord à examiner les sollicitations vues sur les fibres inférieures et supérieures, dans la zone courante, c'est-à-dire quand les chargements cités dans le tableau 18 pour les différents exemples sont appliqués dans la zone courante. Les déplacements examinés sont de deux types : tassement absolu et déplacements différentiels. On récapitule les résultats obtenus avec les logiciels DALLIA et CESAR-LCPC dans le tableau 20.

A ce stade, la différence qui donne le plus grand écart relatif entre DALLIA et CESAR-LCPC concerne l'exemple où la surface B est chargée par une charge répartie 30 kN/m² (tableau 20). La formule utilisée par DALLIA pour calculer les sollicitations sous une charge répartie q est celle donnée dans l'annexe C dans le DTU 13-3 (AFNOR, 2006) dans l'article C4.1.6. Le moment enveloppe sous une charge uniforme q appliquée sur une bande de dallage de largeur aléatoire a pour valeur 0,035 q D_{eq}² (la largeur chargée est alors de 0,7.D_{eq}). Dans le cas d'un support homogène, ce moment est donné par la formule [3].

$$M = 0,134.q.H^2.(E_b/E_s)^{2/3} \quad [3]$$

avec - q charge uniforme ;

- E_b : module du béton ;

- H : épaisseur du dallage ;

- E_s : module du sol.

On peut déduire la contrainte σ (flexion, dallage non armé) = 0,804.q.(E_b/E_s)^{2/3}.

Cette formule ne tient compte que de l'intensité de la charge répartie et pas de la surface chargée. Par contre, les résultats obtenus avec CESAR prouvent que la surface chargée influence la contrainte de traction engendrée dans le dallage suite à une charge répartie appliquée donnée. Elle augmente lorsque la surface chargée augmente (lignes 1, surface A et B dans le tableau 20).

	sol	charge	$\sigma_{zonecourante}$ (MPa)		W _{abs}		W _{dif}	
			DALLIA	CESAR	DALLIA	CESAR	DALLIA	CESAR
1 Surface A	Bon	Centrée + charge répartie	x1.08	0.6	3.15 mm	4.1 mm	1.44 mm	3.64 mm
			*1.07	1.086				
1 Surface A	Mauvais	Centrée + charge répartie	2.65	2	1.37 cm	1.47 cm	6.68 mm	1.17 cm
			2.65	2.5				
2	Bon	centrée	0.18	0.56	0.53 mm	1.03 mm	0.49 mm	2.81 mm
			0.94	1.013				
2	Mauvais	centrée	0.18	0.3	1.36 mm	2.5 mm	1.17 mm	3.7 mm
			0.94	1.39				
3	Bon	deux charges centrées	0.34	0.6	1.04 mm	1.6 mm	0.97 mm	3.57 mm
			1.66	1.17				
3	Mauvais	deux charges centrées	0.35	0.3	2.7 mm	3.9 mm	2.73 mm	5.1 mm
			1.74	1.9				
4	Bon	Quatre Charges centrées	0.47	0.66	1.77 mm	2.25 mm	1.63 mm	5 mm
			1.28	1.33				
4	Mauvais	Quatre Charges centrées	0.6	0.3	5.18 mm	5.98 mm	4.38 mm	7.18 mm
			1.97	2.28				
1 surface B	Bon	Centrée + charge répartie	1.08	1.3	6.23 mm	4.3 mm	3.15 mm	4 mm
			1.08	2				
1 surface B	Mauvais	Centrée + charge répartie	2.65	1.6	3.2 cm	1.7 cm	1.59 cm	1.6 cm
			2.65	2.3				
Ecart relatif moyen %			33		18		50	

Tableau 20 : Tableau comparatif des résultats obtenus pour les contraintes de traction en zone courante, les tassements absolus et les déformations différentielles avec DALLIA et CESAR-LCPC (\times pour fibre supérieure et * pour fibre inférieure).

On s'intéresse, ensuite, à examiner les différences obtenues entre les contraintes calculées avec CESAR et DALLIA, dans le cas où les chargements précédents sont placés au bord et en coin, dans leurs positions défavorables (figure 125).

On récapitule les contraintes de traction maximales dans le tableau 21. Les écarts relatifs peuvent atteindre 25 % entre DALLIA et CESAR-LCPC, surtout dans le cas du chargement au coin.

	sol	charge	$\sigma_{zonebord}$ (MPa)		$\sigma_{zonecoin}$ (MPa)	
			DALLIA	CESAR	DALLIA	CESAR
2	Bon	centré	x 1.17	1.31	1.71	1.45
			*1.13	1.41	0	0
2	Mauvais	centré	1.17	1.33	1.71	1.7
			1.13	1.8	0	0
3	Bon	deux charges centrés	1.98	2.1	2.63	1.89
			1.9	2.2	0	0
3	Mauvais	deux charges centrés	1.98	2	2.68	2.5
			1.9	2.5	0	0
4	Bon	Quatre Charges centrés	1.59	1.83	2.1	1.68
			1.53	1.9	0	0
4	Mauvais	Quatre Charges centrés	1.59	1.76	2.1	2.61
			1.53	3.05	0	0
Ecart relatif moyen %			16		25	

Tableau 21 : Tableau comparatif des résultats obtenus pour les contraintes de traction maximales pour le cas où les chargements sont appliqués au bord et en coin avec DALLIA et CESAR-LCPC (x pour fibre supérieure et * pour fibre inférieure).

4.3.4. Exemple 4

4.3.4.1. Description générale de l'exemple étudié

On s'intéresse dans cet exemple à l'étude d'un cas de rayonnage dos à dos. On considère un rack à trois travées ; chaque pied de rack est chargé à 60 kN. Les pieds de racks des platines sont de forme carrée de 15 cm x 15 cm. Le chariot est constitué de deux roues à 30 kN par essieu de diamètre 8 cm (figure 127).

Il s'agit d'un dallage de 20 cm d'épaisseur, construit en béton de classe C25/30. Il est composé de 16 panneaux de 5 m x 5 m chacun avec des joints sciés goujonnés (figure 128).

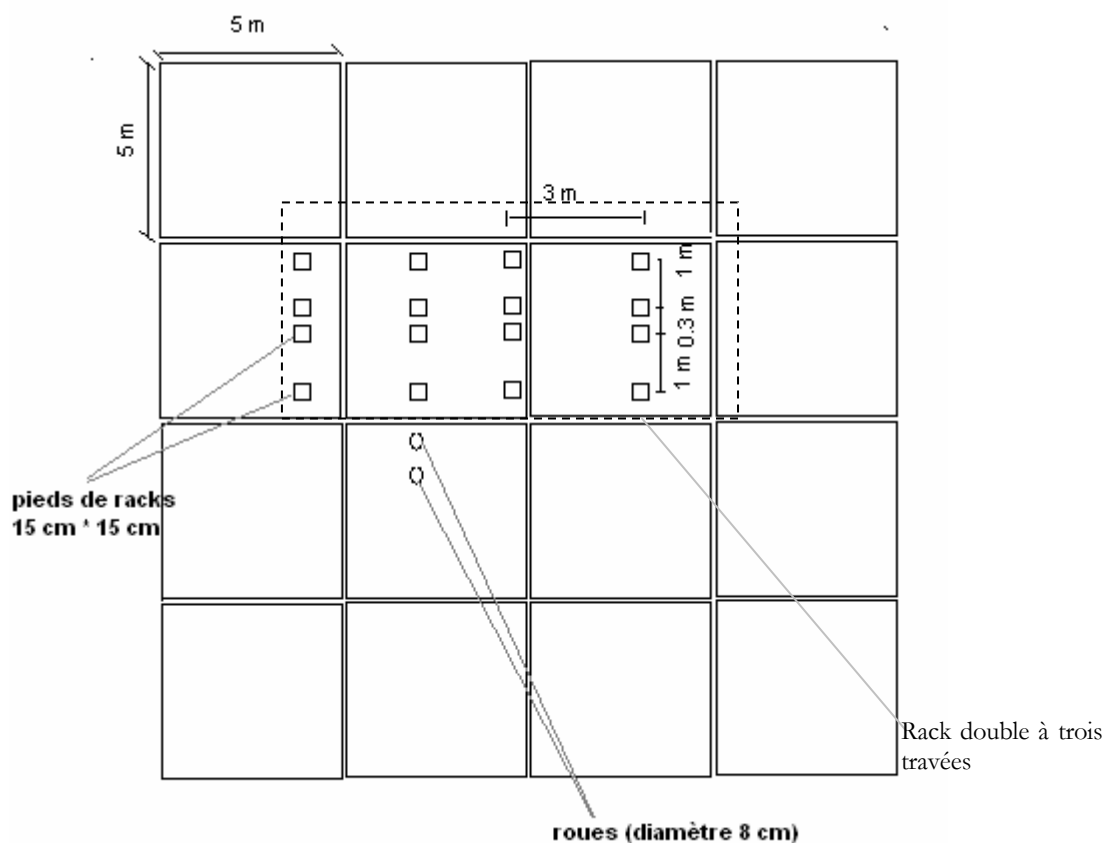


Figure 127 : géométrie et chargement

Tous les cas de charges ont été traités avec les deux sols considérés au paragraphe 4.3.3 (sol « bon » et sol « mauvais ») et dont on donne les caractéristiques mécaniques et géométriques dans les tableaux 15 et 16 (cf. § 4.3.3). On note que la valeur du retrait prise en compte dans les calculs DALLIA est de 0,4 mm/m et qu'aucun gradient thermique n'est pris en compte.

Tous les calculs ont été effectués avec le module du béton E_{bv} dit de longue durée et donné par la formule [33] au paragraphe 4.3.3. On utilise les mêmes déformations de retrait considérées au paragraphe.4.3.1 (figure 121).

4.3.4.2. Description des cas de charges étudiés

Les cas de charges qui seront étudiés sont décrits sur la figure 128.

<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 5px;"> <div style="width: 20px; height: 20px; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></div> <div>0 kN</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 5px;"> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: cyan; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></div> <div>30 kN</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 5px;"> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: green; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></div> <div>60 kN</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="width: 10px; height: 10px; background-color: red; border: 1px solid black; margin-right: 5px;"></div> <div>30 kN</div> </div> </div>	Cas n°1	
	Cas n°2	
	Cas n°3	
	Cas n°4	

Figure 128 : Cas de charges considérés pour les exemples 1, 2, 3 et 4.

4.3.4.3. Modélisation avec CESAR-LCPC (module spécifique aux dallages)

Le module spécifique aux dallages se limite à traiter des dallages qui comportent quatre panneaux. Dans cette modélisation, on tient compte des quatre panneaux de dallages qui sont chargés par le rack et le chariot, c'est-à-dire, de la zone entre 5 et 15 m en abscisse et 0 et 10 m en ordonnée. Le modèle traité par DALLIA est délimité par une zone qui va de 0 à 20 m en abscisse et de 0 à 20 m en ordonnée (figure 129).

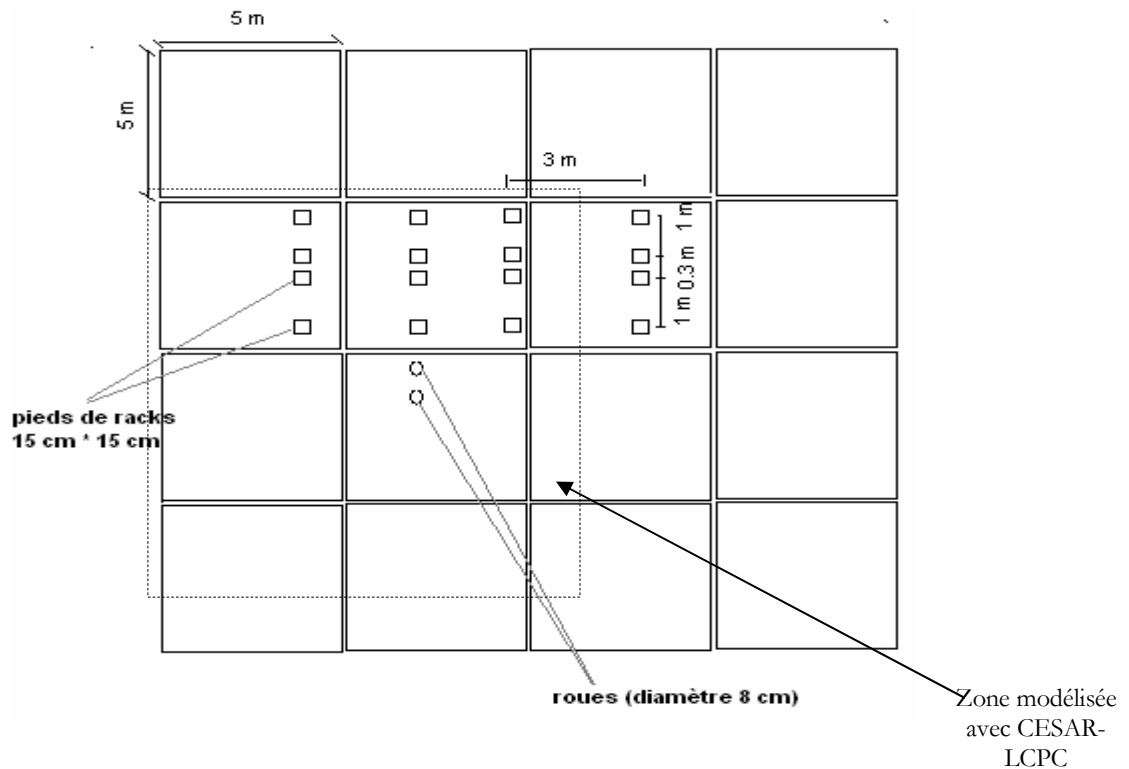


Figure 129 : zone étudiée par CESAR-LCPC

Comme pour l'exemple 3, traité au paragraphe 4.3.3, le logiciel DALLIA calcule trois sollicitations dans différentes zones (bord, angle et zone courante). Dans chaque zone, il détermine la position du chargement la plus défavorable en termes de sollicitation.

En ce qui concerne, la zone courante, le logiciel prévoit l'emplacement du chargement indiqué sur la figure 131. Pour les zones du bord et de l'angle, il calcule les sollicitations pour les emplacements indiqués sur la figure 130.

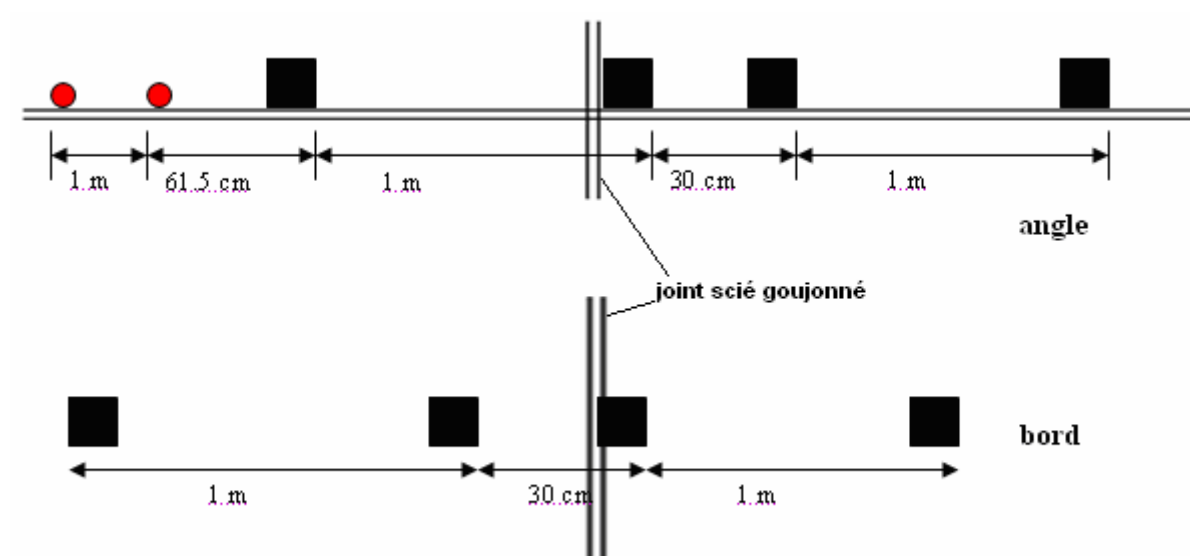


Figure 130 : emplacements des charges donnant les sollicitations les plus défavorables au bord et à l'angle.

Trois maillages ont été donc prévus, tenant compte des emplacements des charges qui engendrent les sollicitations les plus défavorables dans les zones courantes, au bord et en coin (figures 131, 132 et 133).

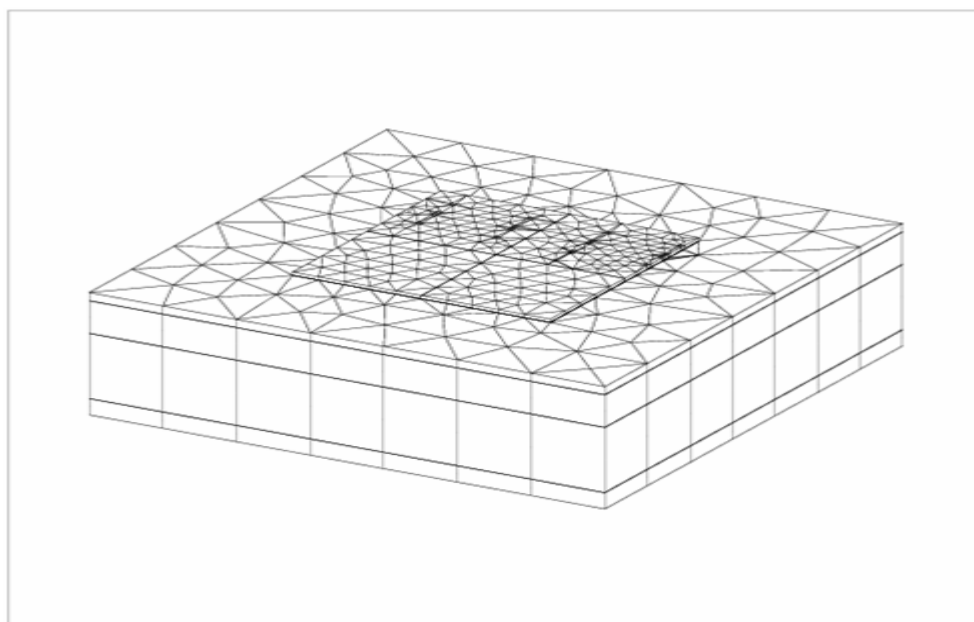


Figure 131: maillage en 3D ; chargement dans la zone courante

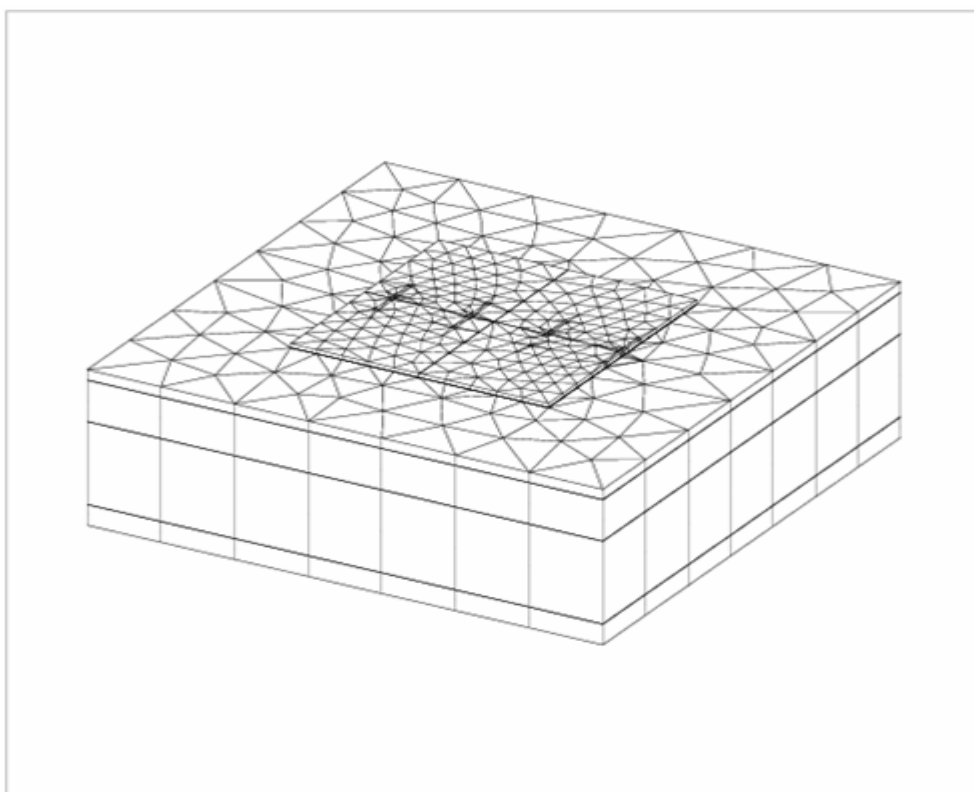


Figure 132 : maillage 3D ; chargement au bord

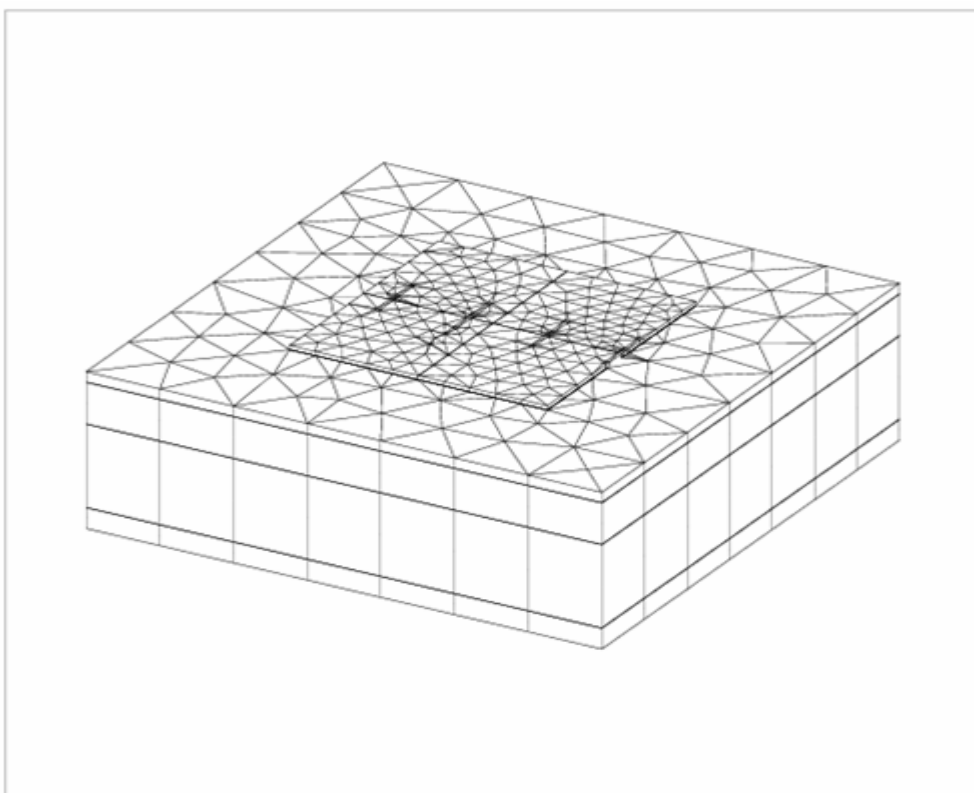


Figure 133 : maillage 3D ; chargement en angle

4.3.4.4. Résultats obtenus avec CESAR-LCPC et comparaison avec DALLIA

On s'intéresse à comparer les contraintes de traction obtenues avec CESAR et DALLIA dans les différents cas de chargement avec leurs emplacements respectifs défavorables estimés par DALLIA dans les zones courantes, au bord et en coin.

On récapitule les contraintes de traction dans les fibres inférieures et supérieures, les tassements absolus et les déplacements différentiels pour les zones : courante, au bord et en coin, respectivement, dans les tableaux 22, 23 et 24.

Les écarts relatifs moyens entre les résultats donnés par DALLIA et CESAR paraissent très faibles pour les tassements absolus et les déplacements différentiels.

Par contre, les contraintes de traction obtenues dans les cas des chargements appliqués en zone courante, au bord et en coin présentent plus d'écart relatif, en moyenne (30 % entre DALLIA et CESAR).

Ceci peut être lié au fait que la modélisation CESAR se limite à la définition de quatre panneaux de dallage seulement, quelles que soient les dimensions du dallage. Ceci influence l'emplacement des charges par rapport aux joints.

On note aussi que le logiciel DALLIA ne considère pas les tassements absolus et les déplacements différentiels obtenus dans le cas où les chargements sont appliqués au bord et en coin. Le deuxième cas de chargement appliqué en coin avec le « mauvais » sol donne un déplacement différentiel de 1,6 cm non obtenue avec le même cas mais appliqué dans la zone courante.

	sol	charge	$\sigma_{zonecourante}$ (MPa)		W _{abs}		W _{dif}	
			DALLIA	CESAR	DALLIA	CESAR	DALLIA	CESAR
1	Bon	Cas 1	x 1.17 *2.84	1.28 2.3	3 mm	4.1 mm	3 mm	5.8 mm
1	Mauvais	Cas 1	0.92 2.71	1.9 3.2	1.2 cm	1 cm	1.1 cm	1.3 cm
2	Bon	Cas 2	1.17 2.84	1.25 2.4	3 mm	4.1 mm	3 mm	5.8 mm
2	Mauvais	Cas 2	0.82 2.65	1.8 3.2	1.1 cm	1 cm	1.1 cm	1.3 cm
3	Bon	Cas 3	0.89 2.9	1.89 2.54	3 mm	4.3 mm	3 mm	7.6
3	Mauvais	Cas 3	0.81 3.13	1.96 3.47	1 cm	1 cm	1 cm	1.5 cm
4	Bon	Cas 4	0.63 2.96	1.37 1.9	3 mm	3 mm	3 mm	6.3 mm
4	Mauvais	Cas 4	0.84 3.75	1.38 2.7	8 mm	7.5 mm	7 mm	1.3 cm
Ecart relatif %			25		13		28	

Tableau 22 : Tableau comparatif des résultats obtenus pour les contraintes de traction en zone courante, les tassements absolus et les déplacements différentiels avec DALLIA et CESAR-LCPC (* fibre inférieure et x fibre supérieure).

	sol	charge	$\sigma_{zonecoin}$ (MPa)		W _{abs}		W _{dif}	
			DALLIA	CESAR	DALLIA	CESAR	DALLIA	CESAR
1	Bon	Cas 1	x 3.79 *0	2.1 0	-	4 mm	-	6.53 mm
1	Mauvais	Cas 1	3.43 0	2.3 0	-	1.2 cm	-	1.7 cm
2	Bon	Cas 2	3.79 0	1.76 0	-	3 mm	-	5.5 mm
2	Mauvais	Cas 2	3.43 0	2.5 0	-	1.02 cm	-	1.52 cm
3	Bon	Cas 3	3.79 0	1.36 0	-	2.8 mm	-	4.47 mm
3	Mauvais	Cas 3	3.43 0	2.4 0	-	8 mm	-	1.23 cm
4	Bon	Cas 4	3.79 0	1.36 0	-	2.57 mm	-	4.7 mm
4	Mauvais	Cas 4	3.43 0	2.25 0	-	7.11 mm	-	1.11 cm
Ecart relatif %			40					

Tableau 23 : Tableau comparatif des résultats obtenus pour les contraintes de traction dans la zone du coin, les tassements absolus et les déplacements différentiels avec DALLIA et CESAR-LCPC (* fibre inférieure et **x** fibre supérieure).

	sol	charge	$\sigma_{zonebord}$ (MPa)		W _{abs}		W _{dif}	
			DALLIA	CESAR	DALLIA	CESAR	DALLIA	CESAR
1	Bon	Cas 1	x 2.79 *2.67	1.72 3.33	-	4.7 mm	-	7 mm
1	Mauvais	Cas 1	2.65 2.67	1.76 4.4	-	1.27 cm	-	1.8 cm
2	Bon	Cas 2	2.79 2.67	1.41 1.87	-	2.86 mm	-	5.3 mm
2	Mauvais	Cas 2	2.65 2.67	1.15 3.42	-	1 cm	-	1.6 cm
3	Bon	Cas 3	2.79 2.67	1.51 1.53	-	2.7 mm	-	3.5 mm
3	Mauvais	Cas 3	2.65 2.67	1.28 2.54	-	8.44 mm	-	1.1 cm
4	Bon	Cas 4	2.79 2.67	1.48 1.53	-	2.47 mm	-	3.1 mm
4	Mauvais	Cas 4	2.65 2.67	1.23 2.36	-	6.9 mm	-	8.6 mm
Ecart relatif %			35					

Tableau 24 : Tableau comparatif des résultats obtenus pour les contraintes de traction dans la zone du bord, les tassements absolus et les déplacements différentiels avec DALLIA et CESAR-LCPC (* fibre inférieure et **x** fibre supérieure).

4.3.5. Synthèse des résultats des exemples 3 et 4

On présente sur les figures 134, 135 et 136, respectivement, les écarts relatifs entre CESAR et DALLIA en ce qui concerne les contraintes de traction, les tassements absolus et les déplacements différentiels pour tous les exemples étudiés. Les différences restent toujours remarquables au niveau des contraintes et des déplacements différentiels certainement à cause des écarts obtenus sur les contraintes, dans le cas d'un chargement en coin ou au bord, d'une part, et l'utilisation d'une interface qui permet le décollement avec CESAR ce qui a accentué les différentiels des déplacements, d'autre part, les tassements absolus donnés par CESAR et DALLIA restent similaires. Il faut se pencher alors sur les formules qui calculent les contraintes dans le cas d'un chargement au bord où en coin dans le DTU 13-3.

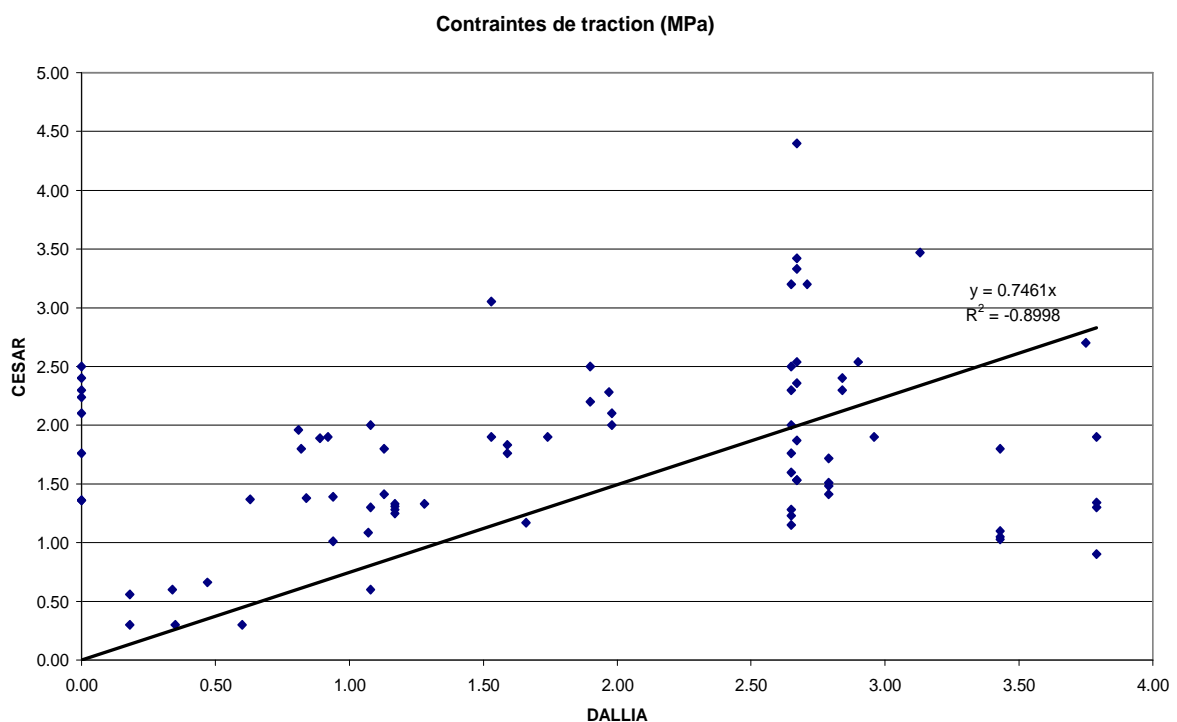


Figure 134 : Contraintes de traction pour tous les exemples étudiés données par DALLIA et CESAR

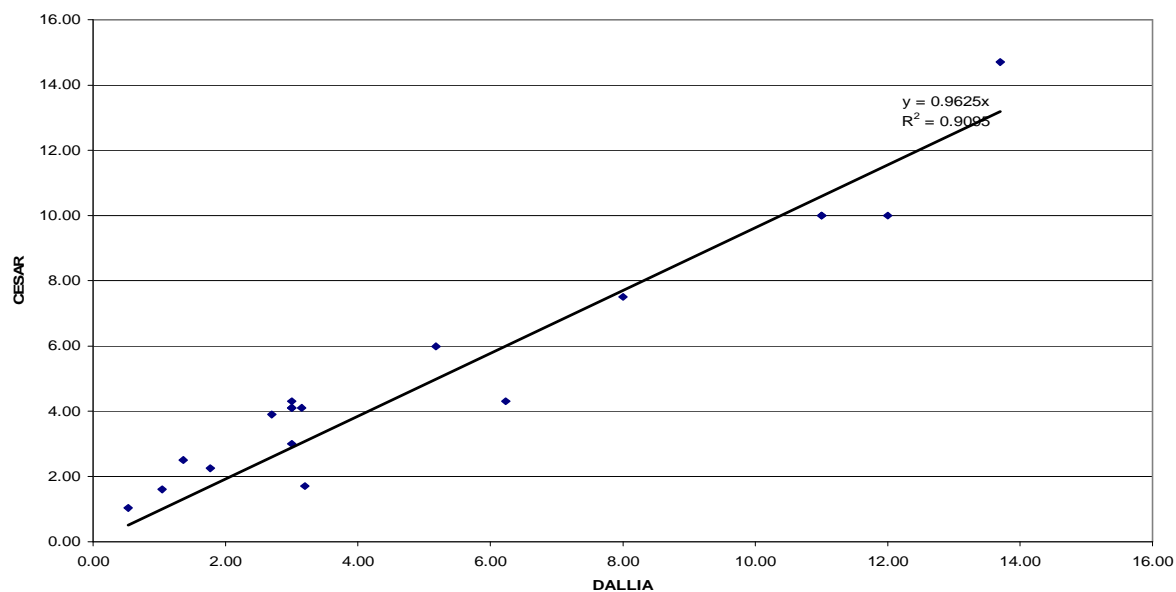


Figure 135 : Tassements absolus pour tous les exemples étudiés donnés par DALLIA et CESAR

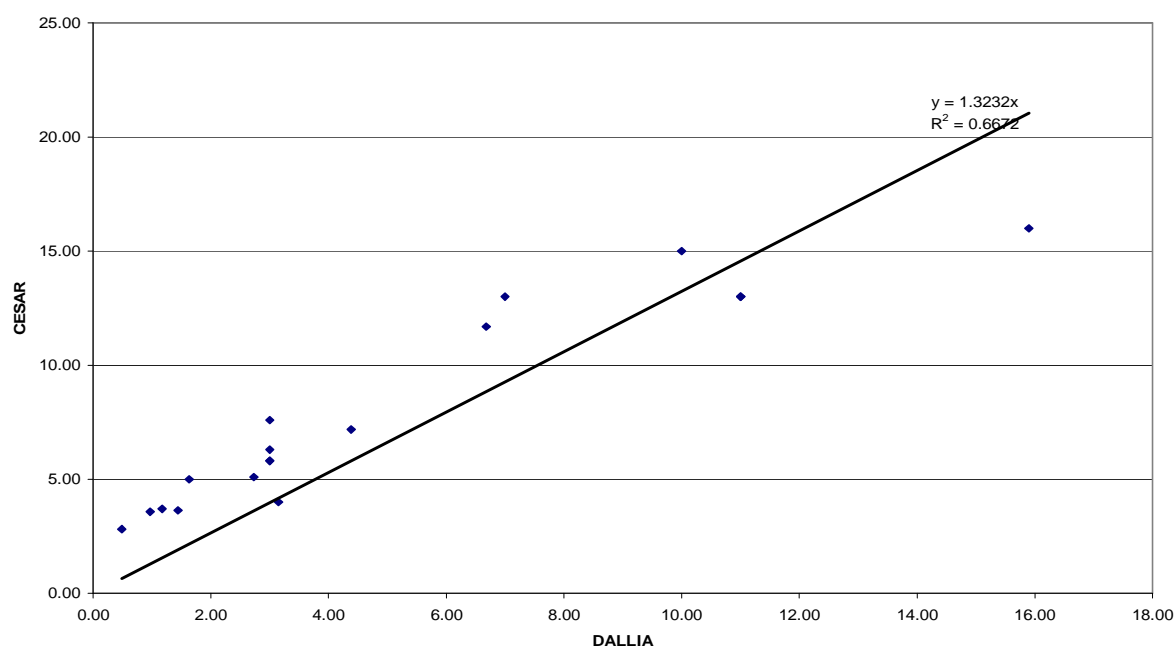


Figure 136 : Déplacements différentiels pour tous les exemples étudiés données par DALLIA et CESAR.

4.4. Conclusion

Compte tenu des exemples précédemment étudiés, le module spécifique aux dallages développé sur CESAR-LCPC paraît capable de mener des études pour la conception et le dimensionnement de tous dallages industriels en béton non armé. Certes, il est limité dans la définition des charges, du nombre de panneaux et des couches de sol, mais il paraît très fiable pour le calcul des contraintes de traction dans les fibres inférieures et supérieures, quels que soient les emplacements des chargements, des déplacements différentiels qui sont essentiels au dimensionnement aux états limites de service.

La prise en compte du retrait paraît plus élaborée avec ce module qu'avec les autres modèles ce qui donne des déplacements différentiels plus importants.

De plus, il donne des déplacements différentiels plus importants qu'avec les autres modèles étudiés. Ceci revient au fait de l'utilisation d'une interface qui autorise le décollement dès que la réaction du sol devienne strictement négative.

Conclusion générale et perspectives

Le bilan général des études présentées et les orientations futures sont les suivants.

Ce travail est basé sur un ensemble de modélisations par la méthode aux éléments finis avec CESAR-LCPC. Ces modélisations sont souvent complexes en raison de la nature du contact tridimensionnel traité. On peut dire qu'il est assez complet, en le comparant aux autres modèles évoqués dans la bibliographie et qui sont jugés réducteurs et non révélateurs de la réalité.

Tous les spécialistes du domaine confirment que le fonctionnement des dallages industriels est fortement marqué par les effets du retrait du béton, en particulier par le caractère non uniforme de sa distribution sur l'épaisseur du dallage. Ces effets ont une influence significative sur le comportement des dallages, surtout lorsqu'ils sont couplés à des variations de température dans l'épaisseur. Une analyse poussée de ce phénomène s'est imposée et a été le thème du deuxième chapitre.

On a pu évaluer les déformations de retrait, en fonction de l'épaisseur du dallage et du temps, en tenant compte des phénomènes hydriques et thermiques. Plus précisément, la déformation totale de retrait est la somme de trois retraits : retrait endogène, retrait thermique et retrait de séchage.

Vue la complexité de ces phénomènes, le modèle obtenu, pour l'évaluation du retrait, est fonction de plusieurs paramètres, parfois difficiles à déterminer expérimentalement. En se basant sur les résultats expérimentaux obtenus sur un dallage en vraie grandeur, en Bourgogne, en 1991, on a pu donner une méthodologie de détermination des paramètres du retrait.

Les simulations numériques avec CESAR-LCPC et les résultats concernant le retrait ont permis et aboutir aux constats suivants :

- tout d'abord, on dispose certainement, avec les calculs aux éléments finis tridimensionnels, d'un outil puissant apte à reproduire correctement le comportement des dallages avec leurs discontinuités. En particulier, cette méthode de calcul numérique performante permet de déterminer les champs de contraintes dans le corps du dallage en béton avec plus de précision que les modèles analytiques classiques dédiés au dimensionnement des dallages ;

- ensuite, on a pu évaluer, à travers ces modélisations, la sensibilité des résultats du modèle aux différentes propriétés géométriques et mécaniques de la structure du dallage (corps en béton et fondation), ainsi que l'influence significative des variations des déformations de retrait, assimilées à un chargement en contraintes venant se combiner aux chargements statiques (charges et poids propre) appliqués au dallage ;
- de plus, l'étude du mécanisme de transfert de charge entre panneaux adjacents, par des goujons, a conduit à proposer de représenter ces inclusions métalliques par de simples éléments de type relations linéaires appelés RL ;
- enfin, la complexité de la modélisation paraît évidente. Pour que ces travaux de modélisation soient exploitables, on a conçu un module spécifique aux dallages, greffé sur CESAR-LCPC, qui permet d'effectuer les différentes étapes de modélisation à partir d'un ensemble de paramètres liés à la géométrie, à la nature des matériaux et aux conditions initiales thermiques et hydriques.

On a pu comparer les résultats donnés par CESAR-LCPC, grâce au module spécifique, à ceux donnés par d'autres outils numériques utilisés actuellement en France pour le dimensionnement des dallages (TASPLAQ et DALLIA). On trouve des écarts relatifs qui peuvent atteindre 30%, surtout avec le logiciel DALLIA qui est basée sur la méthode du DTU 13-3 (AFNOR, 2006).

Les écarts relatifs concernent essentiellement les déplacements différentiels dans tous les cas (chargement au bord, en coin et au centre) ainsi que les contraintes de traction surtout dans le cas du chargement au bord et au coin.

La méthode aux éléments finis, grâce à l'utilisation d'un contact qui permet le décollement, amène à des déplacements différentiels beaucoup plus importants que ce que donne la méthode du DTU 13-3. Il faudrait également revoir la méthode du DTU 13-3 pour évaluer les contraintes de traction obtenues pour le cas d'un chargement au bord et au coin, car les écarts relatifs avec CESAR-LCPC peuvent atteindre 50 %.

La méthode aux éléments finis apparaît plus performante que les autres méthodes, car elle permet de tenir compte de tous les aspects qui influencent directement le comportement du dallage (joints, retrait, contact). Ceci ne permet, cependant, pas de négliger les autres méthodes qui permettent parfois de donner des résultats semblables à ceux de la méthode aux éléments finis.

Ce travail de recherche peut apporter des améliorations au DTU 13-3 (AFNOR, 2006) :

- Les coefficients de transfert de charge donnés par le DTU 13-3 ne paraissent pas valides.

Les coefficients donnés par CESAR-LCPC pour un dallage avec joints conjugués sont donnés dans le tableau 12 au § 3.3.4.2 ;

- La charge Q_s introduite dans les calculs du DTU 13-3 pour annuler les soulèvements des bords d'un dallage dus au retrait paraît inutile et peut fausser les résultats du calcul des tassements surtout dans le cas d'un chargement au bord ou en coin et par la suite le calcul des contraintes (§3.2.14.1) ;

- La formule enveloppe au paragraphe C.4.1.6 qui calcule la sollicitation provoquée par une charge répartie sur une bande ne semble pas fiable étant donné qu'elle ne prend pas en compte la surface sur laquelle le chargement réparti est appliqué (§ 4.3.3.3) ;

- Le retrait est loin d'être uniforme et sa valeur finale peut ne pas être de 0,4 mm/m comme il est indiqué au DTU 13-3, son calcul peut être effectué en adoptant le modèle couplé qui tient compte des retraits endogène, thermique et de séchage (chapitre 2).

Il conviendrait dans le futur d'étendre le champ d'application du modèle aux éléments finis au-delà du domaine élastique, en utilisant d'autres lois de comportement pour le sol, notamment des lois élasto-plastiques. Ceci serait utile dans le cas des dallages à proximité de fondations superficielles ou sur des inclusions rigides.

On peut également améliorer la capacité du module spécifique à réaliser des maillages beaucoup plus complexes, permettant, par exemple, de définir des fondations ou des inclusions en interaction avec le dallage.

Enfin, et dans le but de pouvoir s'approcher des méthodes analytiques, on pourrait établir un projet de recommandations comprenant des formules et des abaques de calcul simples, déduites des simulations numériques.

Bibliographie

AFNOR (2006) (DTU 13-3) Dallages. Conception, calcul et exécution. Norme française NF P 11-213 (-1-2-3). Mai 2006.

AGENCE QUALITE CONSTRUCTION (2004) Sécheresse et construction sur sol argileux. Novembre 2004.

ADETS (2005) Ouvrage technique. Version 2005 modifiée 2007.

ACI-Committee, 302 (2004) Guide for concrete Floor and Slab Construction.

AFNOR (2000) Essai à la plaque. Norme française Norme NF P 94-117-1. 2000.

AFNOR (2000) Essai pressiométrique Ménard (sans cycle). Norme française NF P 94-110-1. Janvier 2000.

AFNOR (1999) Essai pressiométrique Ménard (avec cycle). Norme française NF P 94-110-2. Décembre 1999.

ACKER, P. (1993) Retraits et fissurations du béton, Documents scientifiques et techniques AFPC, ISSN n°0150-6900, 2006.

ABIAR, G. (1986) Cinétique de dessiccation et déformations différés du béton, Thèse de l'ENPC, Paris.

ADETS (2007) Ouvrage technique, Association technique pour le développement de l'emploi du treillis soudé.

BIASOLI, F. (2003) Il dimensionamento delle pavimentazioni in calcestruzzo non armato. Corso di laurea in Ingegneria Civile. Politecnico di Torino.

BAZANT, Z.P. (1997) Analysis of pore pressure, thermal stresses and fracture in rapidly heated concrete. Proc, International Workshop on Fire Performance of High-Strength Concrete, NIST Spec. Publ. 919.

BAZANT, Z.P. et PARASANANN, S. (1989) Solidification theory for concrete creep. I: formulation, II: verification and application, J. Eng. Mech., vol. 115.

BAZANT, Z.P.; DVORAK, G.J.; BAWEJA, S. (1998) Triaxial composite model for basic creep of concrete, Journal of engineering mechanics.

BAZANT, Z.P. et CHERN, J.C. (1985) Concrete creep at variable humidity: constitutive law and mechanism, Matériaux et constructions, Vol. 18, n°103.

BURMISTER, D.M. (1934) The theory of stresses and displacements in layered systems and applications of the design of airport runways, Proceeding of the highway research board.

BOUASKER, M. ; GRONDIN, F. ; MOUNANGA, P. et KHELIDJ, A. (2007) Analyse multi-échelles du retrait endogène des matrices cimentaires, CFM'07, 18ème Congrès Français de Mécanique.

BENBOUDJEMA, F.; MEFTAH, F. et TORRENTI, J.M. (2001) Drying creep: an elasto-plastic damage approach of the structural effect, FRAMCOS IV, Cachan 28 Mai – 1 Juin 2001, (Balkema, 2001) pp. 169 – 176.

BAROGUEL-BOUNY, V. L. (1994) Caractérisation des pâtes de ciment et des bétons. Méthodes, analyses et interprétations, pp. 468.

COMBARIEU, O. (2006) L'usage des modules de déformation en géotechnique, Revue française de géotechnique, vol 114, p 3-32, Presse de l'Ecole nationale des ponts et chaussées.

CONCRETE SOCIETY (2003) Concrete society technical report n°34 – Concrete industrial ground floors: a guide to design and construction, 3ème édition.

CHOUBANE, B. et TIA, M. (1995) Analysis and Verification of Thermal-Gradient Effects on Concrete Pavement. J. Transp. Engrg. Volume 121, Issue 1, pp. 75-81.

CARBONNARI, G.; AGUADO, A.; GUETTU, R. et AGULLO, L. (1994) Time dependnt mechanical behaviour oh high performance concrete: creep and shrinkage. Proceeding of the international congress on high performance concrete and performance and quality of concrete structure. pp. 39-51.

COUSSY, O. ; BAROGUEL-BOUNY, V. ; DANGLA, P. et MAINGUY, M. (2001) Evaluation de la perméabilité à l'eau liquide des bétons à partir de leur perte de masse durant le séchage. Revue française de génie civil, Vol 5, n°2-3, pp. 285-305.

CEBTB (1992) Etude expérimentale sur les dallages industriels en béton, rapport global, Février 1992.

CREPET (2009), Communication privée.

CUIRA, F. (2006) Modélisation des plaques sur sol multicouche élastique, rapport de stage de fin d'étude de l'ENPC, Terrasol, Paris.

CSTB (2005) Guide pratique conception, dimensionnement et réalisation des dallages en application des DTU 13.12, 13.3 et 20.1 et du fascicule 62, titre V.

DEBORD, Y.P. (2006) Communication privée.

De LARRARD, F. (2002) Construire en béton, Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées (ENPC), 1ère édition.

Dbryne, G. et Ciree, B. (2001) Modélisation de la thermo- hydratation du séchage et du retrait du béton, Manuel de référence code_Aster, Document R7.01.12.2001.

D'ALOIA, L. (1998) Détermination de l'énergie d'activation apparente du béton dans le cadre d'application du temps équivalent à la prévision de la résistance en compression au jeune âge : Approches expérimentale mécanique et calorimétrique, simulations numériques 1998, Institut National des Sciences Appliquées, Lyon, 511 p.

EUROCODE 2 (2005) calcul béton armé –Annexe B (Déformations dues au fluage et au retrait) - Partie 1-1 : règles générales et règles pour les bâtiments (NF EN 1992-1-1 : Octobre 2005).

EISENMANN, J. (1971) Analysis of Restrained Curling Stresses Temperature measurements in concrete pavements, Temperature and Concrete, Sp-25, American Concrete Institut, pp. 235-250.

EISENMANN, J. et LEYKAUF, G. (1990) Simplified Calculation Method Slab Curling Caused by surface Shrinkage, Proceeding of the second international workshop on the theoretical design of concrete pavements. Siguenza Spain, pp. 187-197.

FRANK, R. (2009) Communication privée.

FRIBERG, B.; RICHART, F. E. et BRADBURY, R. D., (1938) Load and deflection characteristics of dowels in transverse joints of concrete pavements, Transportation Research Board Business Office.

FERON, C. (2002) Etude de mécanismes de génération de contraintes et de fissuration par retrait gêné dans les structures à base de matériaux cimentaires, Institut national des sciences appliquées, Lyon .343p.

GARCIA-BOIVIN, S. (2001) Retrait au jeune âge du béton : Développement d'une méthode expérimentale et contribution à l'analyse physique du retrait endogène, Thèse de doctorat, ENPC (Paris), 251 p.

GUENOT, I. (1996) Contribution à l'analyse physique et à la modélisation du fluage propre du béton, Thèse de l'ENPC.

GRANGER, L. (1995) Comportement différé du béton dans les enceintes des ouvrages nucléaires : analyse et modélisation, thèse de l'ENPC.

GRANGER, L.; TORRENTI, J-M. et ACKER, P. (1997) Thought about drying shrinkage : Scale effect and modelling : Experimental results and quantification of structural drying, Materials and structures, Vol 30, n°196, pp. 96-105.

GRANGER, L. (1996) Comportement nucléaire dans les centrales nucléaires. Analyse et modélisation, 380 p, Séries d'ouvrages d'art OA21.

GMUR, T. (2000) Méthode des éléments finis en mécanique des structures Mécanique (Lausanne), PPUR presses polytechniques, 252 p.

GUILLOUX, A. et ZAGHOUBANI, K. (2002) Pathologie des dallages et des sols support Séminaire 'La Pathologie des sols et fondations – Hammamet (Tunisie), 7/8 Février 2002.

HIDEAKI, T. (2007) Pasternak Model Formulation of Elastic Displacements in the Case of a Rigid Circular Foundation. Journal of Asian Architecture and Building Engineering, Vol. 6, No. 1 pp.167-173.

LCPC (1964) ALIZE-LCPC Routes, manuel d'utilisation.

LAPLANTE, P. (1993) Propriétés mécaniques des bétons durcissants : analyse comparée des bétons classiques et à très haute performance, thèse de doctorat ENPC.

Le ROY, R. ; De LARRARD, E. et PONS, G. (1996) Le modèle AFREM de type réglementaire pour le retrait et le fluage des bétons à haute performance, 4th international symposium on utilization of high strength high performance concrete, pp 387-397.

LCPC (2001). CESAR-LCPC: Manuel de formation et mode d'emploi. v3.3; 7ème édition.

LEONARDS, G.A et HARR, M.E (1959) Analysis of concrete slabs on Ground, Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics, 6.pp. 11-38.

LA CHASSE AUX DESORDRES (1991) Cahier technique du bâtiment n° 123, Janvier 1991.

MESTAT, P. (1993) Modèles d'éléments finis et problèmes de convergence, Etudes et recherches en comportement non linéaire, Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées, vol 215, pp 15-32.

MULLER, H.S. ;KUTTNER, C.H.; KVITSEL, V. (1999) Creep and shrinkage models of normal and high performance concrete – concept for a unified code-type approach, Revue française de genie civil, vol.3, n°3-4.

MICHALSKI, E.M. (2006) Communication privée.

MOUNANGUA, P. (2003) Etude expérimentale du comportement de pâtes de ciment au très jeune âge : hydratation, retraits, propriétés thermophysiques, Thèse de doctorat, Université de Nantes, 217 p.

MENSI, R. ; ACKER, P. et ATTLOU, A. (1988) Séchage du béton : analyse et modélisation, Materials and Structures, vol. 21.

MARIOTTI, M. (1994) Contribution à l'étude de la pathologie des dallages industriels. Annales de l'ITBTP – 25 juillet 1994.

PAROTT, L., GEIKER, M., GUTTERIDGE, W. et KILLOH, D. (1990) Monitoring Portland cement hydration: comparison and method. Cement and Concrete, Vol 20, n°6, pp. 916-926.

PARMENTIER, B. (2002) Vers une méthode de conception intégrale des sols industriels.

PIHLAJAARA, S. (1982) Estimation of drying of concrete at different relative humidities and temperatures of ambient air with special discussion about fundamental features of drying and shrinkage, Creep and shrinkage of concrete structures, pp 87- 168.

REGLES DE CALCUL PROFESSIONNELLES (1990) Travaux de dallages – Règles professionnelles Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics, série Gros œuvre 37. 482. pp. 54-84.

SALASCA, S. (1998) Calcul par éléments finis des états de contraintes dans les chaussées rigides: évaluation des phénomènes de contact associés aux effets de retrait et de température, application à l'interprétation d'expérimentations sur site, Thèse de l'école centrale de Nantes.

SHIMOUMERA, T. et MAEKAWA, K. (1997) Analysis of the drying shrinkage behaviour of concrete using a micromechanical model based on the micropore structure of concrete, Magazine of concrete research. Vol 49. n°181. pp 303-322.

TATABAIE, A.M. et BARENBERG, E.J. (1980) Structural Analysis of Concrete Pavement Systems Transportation Engineering Journal, Vol. 106, No. 5, September/October 1980, pp. 493-506.

TAYABJI, S D et COLLEY, B. E. (1983) Improved rigid pavement, Transportation Research, Record 930.

TORRENTI, J.M (1992) La résistance du béton au très jeune âge, Bulletin de liaison au laboratoire des ponts et chaussées, n° 179, pp 31-41.

TRAN, Q.D. (2004), Modèle simplifié pour les chaussées fissurées multicouches – Thèse de l'ENPC, p 22.

TORRENTI, J.M. (1996) Comportement mécanique du béton. Bilan de six années de recherche, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 109 p (Séries ouvrages d'art OA23).

TORRENTI, J.M. ; de LARRARD, F. ; ACKER, P. (1993) BHP et ponts mixtes, Bulletin OA n°16, Setra, novembre 1993.

ULM, FJ. et COUSSY, O. (1996) Strength growth as chemoplastic hardening in early age concrete. Journal of engineering mechanics. Vol 122, n°12, pp 1123-1132.

VAN GINDERACHTER, C. et PARMENTIER, B. (2003) Differential shrinkage of concrete, BBRI (edition) Proceeding of the industrial floors, 5th international Colloquim. pp. 369-375.

VEZOLE, P. (1999) Les dallages méritent réflexion, Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics, 6.pp. 11-38.

WANG, C. et DIGLER, W. (1994) Prediction of temperature distribution in hardening concrete, Springingsmid R., editor, thermal cracking in concrete at early ages, London Spon, pp. 21-29.

WESTERGAARD, H.M (1926) Stresses in Concrete pavements Pavements computed by theoretical analysis, 1926, Public Roads, Vol.7.

YODER, E.J. et WITCZAK, M.W.(1982) Non-contact road profilometer and deflection meter.

